

■ Opgave 1

De functie f met domein $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ is gegeven door:

$$f: x \rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

11 p 1 □ Onderzoek f en teken de grafiek van f .

V is het vlakdeel dat begrensd wordt door de grafiek van f en de lijn $y = 1\frac{1}{2}$.

6 p 2 □ Bereken de oppervlakte van V .

De functie f is een element van de verzameling functies

$$f_a: x \rightarrow \frac{x^2 + ax + a}{x + 1}, \text{ waarbij } a \in \mathbb{R}.$$

5 p 3 □ Bewijs dat de grafieken van al deze functies kunnen worden verkregen door op de grafiek van f een translatie toe te passen en geef de translatievector.

Opgave 2

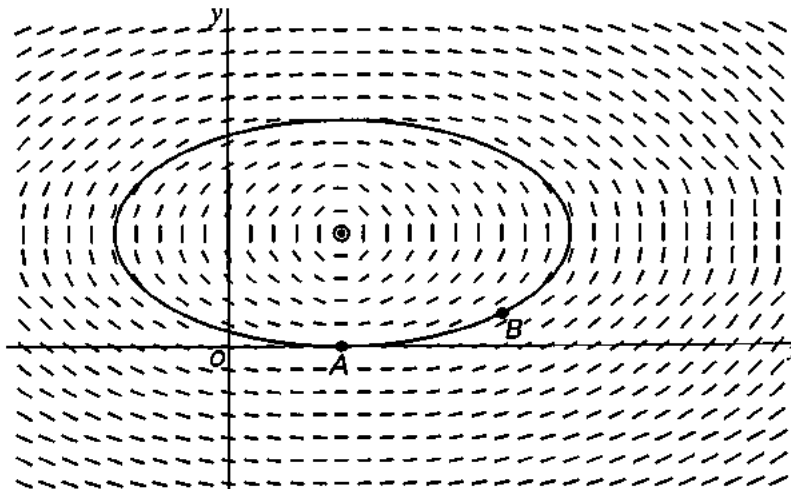
De kromme K is gegeven door: $x = 1 + 2 \cos t$ en $y = 1 + \sin t$ waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

Verder is gegeven de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = \frac{x-1}{4-4y}$

4 p 4 Toon aan dat K een oplossingskromme is van de differentiaalvergelijking.

In figuur 1 is het lijnelementenveld van de differentiaalvergelijking getekend met daarin de oplossingskromme K .

figuur 1



Punt B ligt op K (zie figuur 1). De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in punt B is $\frac{1}{2}$.

6 p 5 Bereken de coördinaten van B .

A is het punt $(1, 0)$.

Een lijn $y = p$ snijdt K in twee punten Q en R zodanig dat de oppervlakte van ΔAQR zo groot mogelijk is.

7 p 6 Bereken p .

3 p 7 Los de differentiaalvergelijking op.

■ Opgave 3

De functie f met domein \mathbb{R} is gegeven door:

$$f: x \rightarrow (x - 1) \cdot e^{-2x^2 + 4x}$$

6 p 8 □ Bereken het bereik van f .

Voor $k > 1$ is O_k de oppervlakte van het vlakdeel, begrensd door de grafiek van f , de x -as en de lijn $x = k$.

6 p 9 □ Bereken $\lim_{k \rightarrow \infty} O_k$.

De functie f is een element van de verzameling functies

$$f_p: x \rightarrow (x - p) \cdot e^{-2x^2 + 4px} \text{ met } p \in \mathbb{R}.$$

6 p 10 □ Toon aan dat de grafiek van f_p symmetrisch is ten opzichte van het punt $(p, 0)$.

6 p 11 □ Bereken voor welke waarden van p de grafiek van f_p de y -as snijdt onder een hoek van 45° .

■ Opgave 4

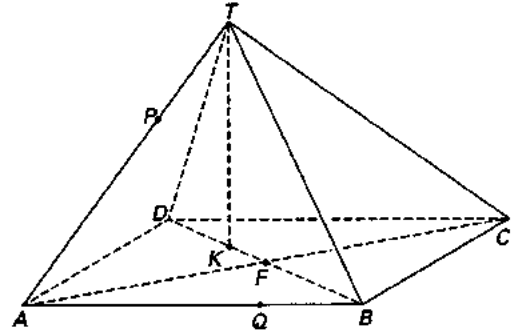
Van piramide $T.ABCD$ met hoogte 8 is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijde 12. Deze piramide is in de figuren 2 en 3 en op de bijlage getekend.

F is het snijpunt van AC en BD .

Op lijnstuk DB ligt een punt K zo dat $DK : KB = 1 : 2$.

K is de loodrechte projectie van T op het vlak $ABCD$.

figuur 2



Een bol gaat door alle hoekpunten van de piramide.

- 4 p 12 □ Toon aan dat F het middelpunt van de bol is.

Op lijnstuk AT ligt het punt P en op lijnstuk AB ligt het punt Q (zie figuur 2 en de bijlage). Een lijn m met afstand 2 tot vlak $ABCD$ snijdt de lijnstukken PC en TQ .

- 6 p 13 □ Teken m in de figuur van de bijlage en licht je tekening toe.

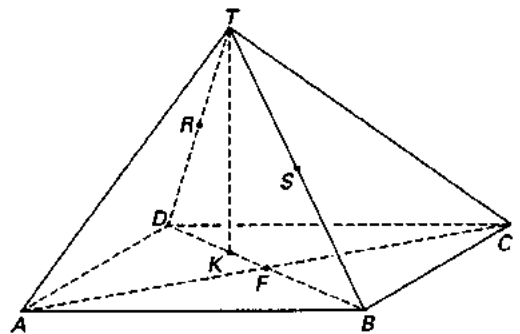
Het punt R is het midden van de ribbe DT en het punt S is het midden van de ribbe BT (zie figuur 3).

figuur 3

- 7 p 14 □ Bereken de inhoud van het lichaam $RS.ABCD$.

Op het lijnstuk TK ligt een punt N zo dat $\angle ANC = 120^\circ$.

- 6 p 15 □ Bereken NK .



Bijlage bij opgave 4

Opgave 4

