Opgave 1

Gegeven is de functie $f: x \to \dfrac{(x+3)^3}{3x^2}$ met domein $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Ten opzichte van een assenstelsel Oxy is K de grafiek van f.

5p **1** □ Bewijs dat de afgeleide functie van f geschreven kan worden als

$$x \to \frac{(x-6)(x+3)^2}{3x^3}$$

4p **2** □ Stel een vergelijking op van de scheve asymptoot van K.

8p **3** □ Onderzoek f verder en teken K.

V is het vlakdeel dat begrensd wordt door K, de x-as en de lijn $x = -1$.

7p **4** □ Bereken de oppervlakte van V.

Opgave 2

Ten opzichte van een assenstelsel Oxy is de kromme K gegeven door

$x = t^2$ en $y = t \cdot e^{t+1}$ waarbij $t \in \mathbb{R}$.

6p 5 □ Bereken de coördinaten van de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan één van de coördinaatassen.

4p 6 □ Stel een vergelijking op van de asymptoot van K en teken K.

Gegeven is de differentiaalvergelijking D: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y(1 - \sqrt{x})}{2x}$

6p 7 □ Stel een vergelijking op van de oplossingskromme van D die door het punt $(1, -1)$ gaat.

Een deel van de kromme K is tevens een oplossingskromme van D.

7p 8 □ Onderzoek welk deel van K dit is.

Opgave 3

Voor elke $p \in [0, 4]$ is met domein $[0, \pi]$ gegeven de functie

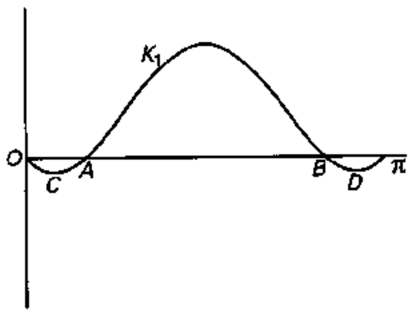
$f_p : x \rightarrow 2 \sin^2 x - p \sin x$

Ten opzichte van een assenstelsel Oxy is K_p de grafiek van f_p.

K_1 is in figuur 1 getekend.

A en B zijn snijpunten met de x-as.
C en D zijn punten met een minimale y-coördinaat.

figuur 1

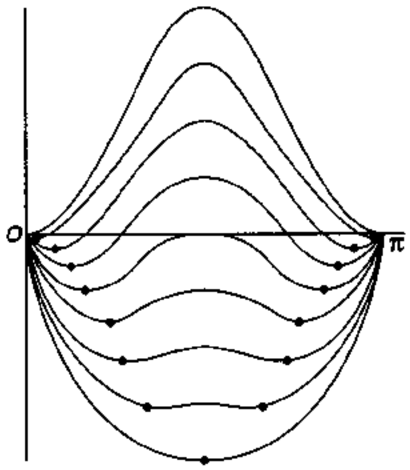


9p **9** □ Bereken de coördinaten van A, B, C en D.

In figuur 2 zijn voor enkele waarden van p de grafieken K_p getekend.
Elke grafiek heeft één of twee punten met een minimale y-coördinaat.

7p **10** □ Bewijs dat al deze punten liggen op de grafiek van de functie
$x \rightarrow \cos 2x - 1$

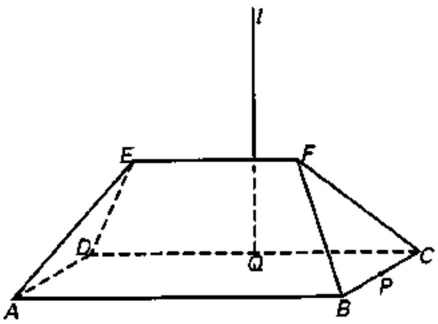
figuur 2



Opgave 4

In figuur 3 en op de bijlage geldt voor het lichaam $ABCD.EF$:
- $ABCD$ is een rechthoek met $AB = 8$ en $AD = 4$.
- $EF \parallel AB$.
- $AE = DE = BF = CF = EF = 4$.
- P is het midden van BC.
- Q is het midden van DC.
- l is de lijn door Q loodrecht op $ABCD$.

figuur 3



7p 11 □ Bereken de inhoud van het lichaam.

6p 12 □ Bereken de afstand van de lijnen BF en DE.

Van een kegel K met l als as is BCF een raakvlak.

7p 13 □ Bereken de halve tophoek van K in graden nauwkeurig.

Door P gaan twee raakvlakken aan K, waarvan BCF er één is.

7p 14 □ Teken in een figuur van de bijlage de doorsnede van het andere raakvlak aan K met het gegeven lichaam.
Licht je werkwijze toe.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4