

■ Opgave 1

Van \mathbb{R} naar \mathbb{R} is gegeven de functie $f : x \rightarrow \frac{1}{xe^x}$.

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K de grafiek van f .

10 p 1 □ Onderzoek f en teken K .

6 p 2 □ Stel een vergelijking op van de lijn l die door O gaat en K raakt.

Op K ligt een punt P met x -coördinaat a .

Bij een vermenigvuldiging ten opzichte van O met factor -2 is Q het beeld van P .

7 p 3 □ Bereken a in het geval dat Q op K ligt.

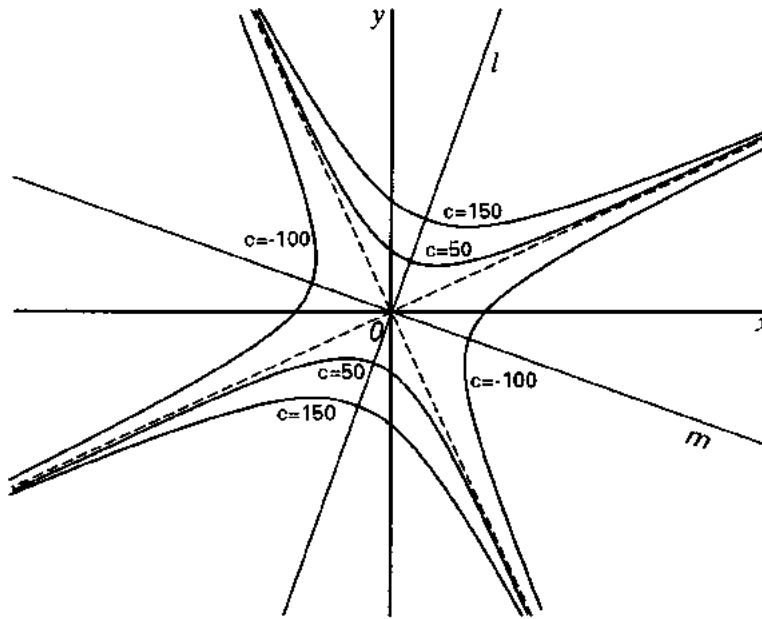
Opgave 2

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is voor elke $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gegeven de kromme K_c met vergelijking: $2x^2 - 3xy - 2y^2 + c = 0$

Ook is gegeven de differentiaalvergelijking $D : \frac{dy}{dx} = \frac{4x - 3y}{3x + 4y}$

- 5 p 4 □ Bewijs dat elke K_c een oplossingskromme is van D .

figuur 1



In figuur 1 is K_c voor enkele waarden van c getekend.

- 6 p 5 □ Bereken de coördinaten van de punten van K_{50} waarin de raaklijn aan K_{50} evenwijdig is aan de x -as.

De lijnen l en m door O , die in figuur 1 getekend zijn, hebben de bijzonderheid dat elke K_c òf door l , òf door m loodrecht gesneden wordt.

- 6 p 6 □ Stel een vergelijking op van l en van m .

■ Opgave 3

Van $[0, \frac{1}{2}\pi]$ naar \mathbb{R} zijn gegeven de functies

$$f : x \rightarrow \frac{1}{\cos x} \quad \text{en} \quad g_a : x \rightarrow a \sin x, \quad \text{waarbij } a \in \mathbb{R}.$$

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is F de grafiek van f en G_a de grafiek van g_a .

Neem $a = 1$. Het vlakdeel ingesloten door F , G_1 en de lijnen $x = 0$ en $x = \frac{1}{4}\pi$ wordt om de x -as gewenteld.

8 p 7 □ Bereken in één decimaal nauwkeurig de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat.

7 p 8 □ Bereken voor welke a geldt dat F en G_a twee snijpunten hebben.

Voor elke a waarvoor F en G_a twee snijpunten hebben, is V_a het vlakdeel dat door F en G_a begrensd wordt.

Men wil zo'n vlakdeel V_a arceren door middel van lijnstukken die evenwijdig aan de y -as zijn.

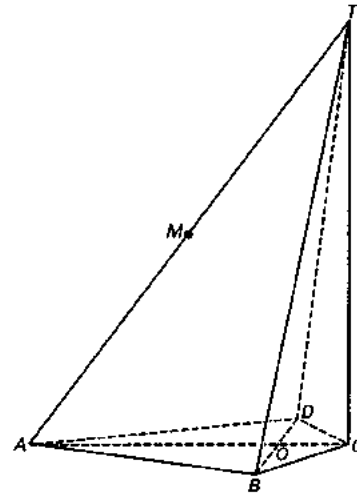
Daarbij moet het langste arceringslijnstuk dat bij die V_a mogelijk is, deel uitmaken van de lijn $x = \frac{1}{3}\pi$.

8 p 9 □ Bereken a en de lengte van het langste arceringslijnstuk.

■ Opgave 4

Van de piramide $T.ABCD$, die in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven:
 AC en BD snijden elkaar loodrecht in O ,
 TC staat loodrecht op vlak $ABCD$,
 $AO = 7$, $CO = 2$, $BO = DO = 1\frac{1}{2}$
en $CT = 12$.

figuur 2



- 4 p 10 □ Toon aan dat de inhoud van $T.ABCD$ gelijk is aan 54.

V is een vlak evenwijdig aan $ABCD$ dat van $T.ABCD$ een piramide afsnijdt met inhoud 16.

- 6 p 11 □ Bereken de afstand van V en $ABCD$.

Punt P ligt zo op ribbe AT , dat de vlakken BDP en $ABCD$ een hoek van 45° maken.

- 7 p 12 □ Bereken de lengte van het lijnstuk AP .

Van een kegel K is gegeven:

Het midden M van AT is de top,

de as staat loodrecht op $ABCD$,

O ligt op de kegelmantel.

K snijdt ribbe AB in de punten Q en R .

Op de bijlage is in de tekening van $T.ABCD$ driehoek ACT op ware grootte getekend.

- 7 p 13 □ Teken met behulp van de figuur van deze bijlage driehoek MQR op ware grootte. Licht je werkwijze toe.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4

