Opgave 1

Gegeven is de differentiaalvergelijking $D\ :\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{y + x}{x}$.

1 □ Geef door arcering het gedeelte van het Oxy-vlak aan, waar de door D bepaalde lijnelementen een positieve richtingscoëfficiënt hebben.

Een functie f, die een oplossing is van D, heeft een uiterste waarde voor $x = \mathrm{e}$.

2 □ Onderzoek of deze uiterste waarde een minimum of een maximum is en bereken deze uiterste waarde.

Met domein $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ zijn gegeven de functies

$g_p\ :\ x \to x \ln|x| - px \quad (\text{voor } p \in \mathbb{R}).$

3 □ Toon aan dat voor elke p geldt dat g_p een oplossing is van D.

Neem $p = 1$.

4 □ Onderzoek g_1 en teken de grafiek van g_1 in de figuur van vraag 1.

Opgave 2

Gegeven is de functie $f : x \rightarrow \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ met domein $\mathbb{R}$.

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K de grafiek van f.

5 □ Bereken $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ en $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

6 □ Onderzoek f verder en teken K.

V is het vlakdeel ingesloten door K en de lijnen $x = 0$, $x = 1$ en $y = 0$.

7 □ Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V wentelt om de x-as.

Opgave 3

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is voor $t \in [0, 2\pi]$ de kromme K gegeven door

$x = 3 \sin t$ en $y = 4\frac{1}{2} \sin 2t$.

8 □ Bereken de coördinaten van de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is met een van de coördinaatassen.

9 □ Teken K.

10 □ Toon aan dat de coördinaten van de punten van K voldoen aan de vergelijking $y^2 = x^2(9 - x^2)$.

11 □ Bereken de oppervlakte van het in het eerste kwadrant gelegen vlakdeel dat begrensd wordt door K en de x-as.

Opgave 4

De kubus $OABC.DEFG$, waarvan de ribben de lengte 4 hebben, is op de bijlage zowel in figuur 1 als in figuur 2 afgebeeld door een scheve parallelprojectie op een vlak dat evenwijdig is aan vlak $OCGD$.
Het punt M is het midden van lijnstuk BC.

12 □ Bereken in graden nauwkeurig de hoek van de lijnen AF en GM.

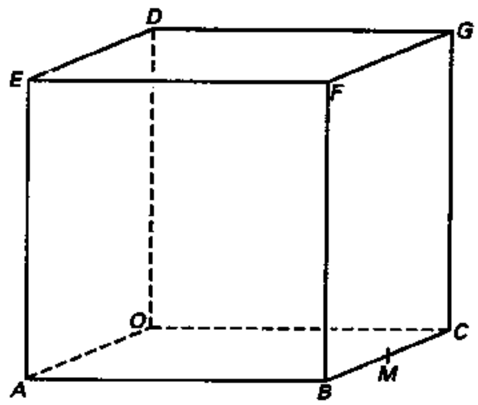
13 □ Bereken de inhoud van viervlak $EGMO$.

K is de kegel(mantel) die gegeven is door:
- E is de top van K;
- lijn EF is de as van K;
- B ligt op K.

14 □ Teken in figuur 2 van de bijlage het snijpunt S van het lijnstuk FO en K.
Licht je werkwijze toe.

Bijlage bij opgave 4

Figuur 1



Figuur 2