

■ Opgave 1

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is voor $t \in \mathbb{R} \setminus [0, \frac{1}{2}]$ de kromme K gegeven door

$$x = \ln(2t^2 - t) \quad \text{en} \quad y = t^2 + 2t.$$

- 1 Bereken de coördinaten van de snijpunten van K met de coördinaatassen.
- 2 Bereken de coördinaten van het punt van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan de x -as.
- 3 Stel van elke asymptoot van K een vergelijking op.
- 4 Teken K .

De lijn $x = \ln 3$ snijdt K in de punten B en C .

De raaklijnen in B en C aan K snijden elkaar in het punt A .

- 5 Bereken de oppervlakte van driehoek ABC .

■ Opgave 2

Gegeven is de functie $f : x \rightarrow \frac{3x + 4}{x^2 + 1}$, met domein \mathbb{R} .

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K de grafiek van f .

- 6 □ Onderzoek f en teken K .
- 7 □ Bereken de waarden van a waarvoor de lijn met vergelijking $y = ax + 4$, met $a \in \mathbb{R}$, precies twee punten gemeen heeft met K .
- 8 □ Bereken in één decimaal nauwkeurig de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door K , de x -as en de y -as.

■ Opgave 3

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel $Oxyz$ is de balk $OABC.DEFG$ gegeven door de punten:

$O(0, 0, 0)$, $A(4, 4, 0)$, $B(0, 8, 0)$ en $D(0, 0, 4)$.

In figuur 1 van de bijlage is deze balk zo getekend dat rechthoek $OBFD$ op ware grootte is weergegeven.

Het punt P is het midden van lijnstuk BC .

De lijn AG snijdt vlak DFP in punt Q .

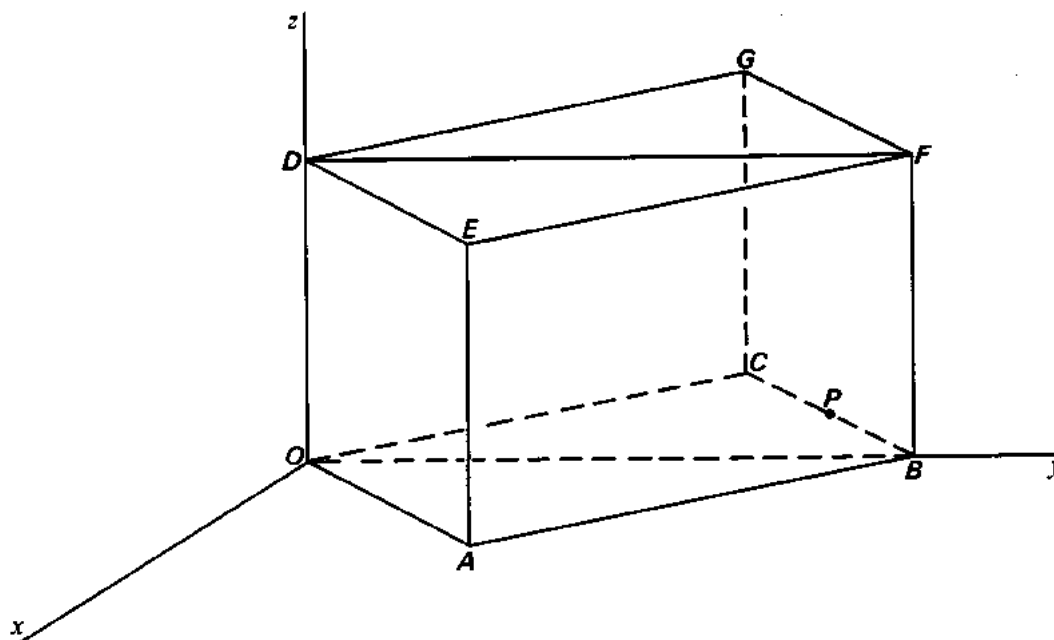
- 9 Teken Q in figuur 1 van de bijlage. Licht je werkwijze toe.
- 10 Bereken de oppervlakte van driehoek DFP .
- 11 Onderzoek of de lijn AG loodrecht op vlak DFP staat.

Een bundel evenwijdige lichtstralen werpt een schaduwbeeld van de balk op het Oxz -vlak.

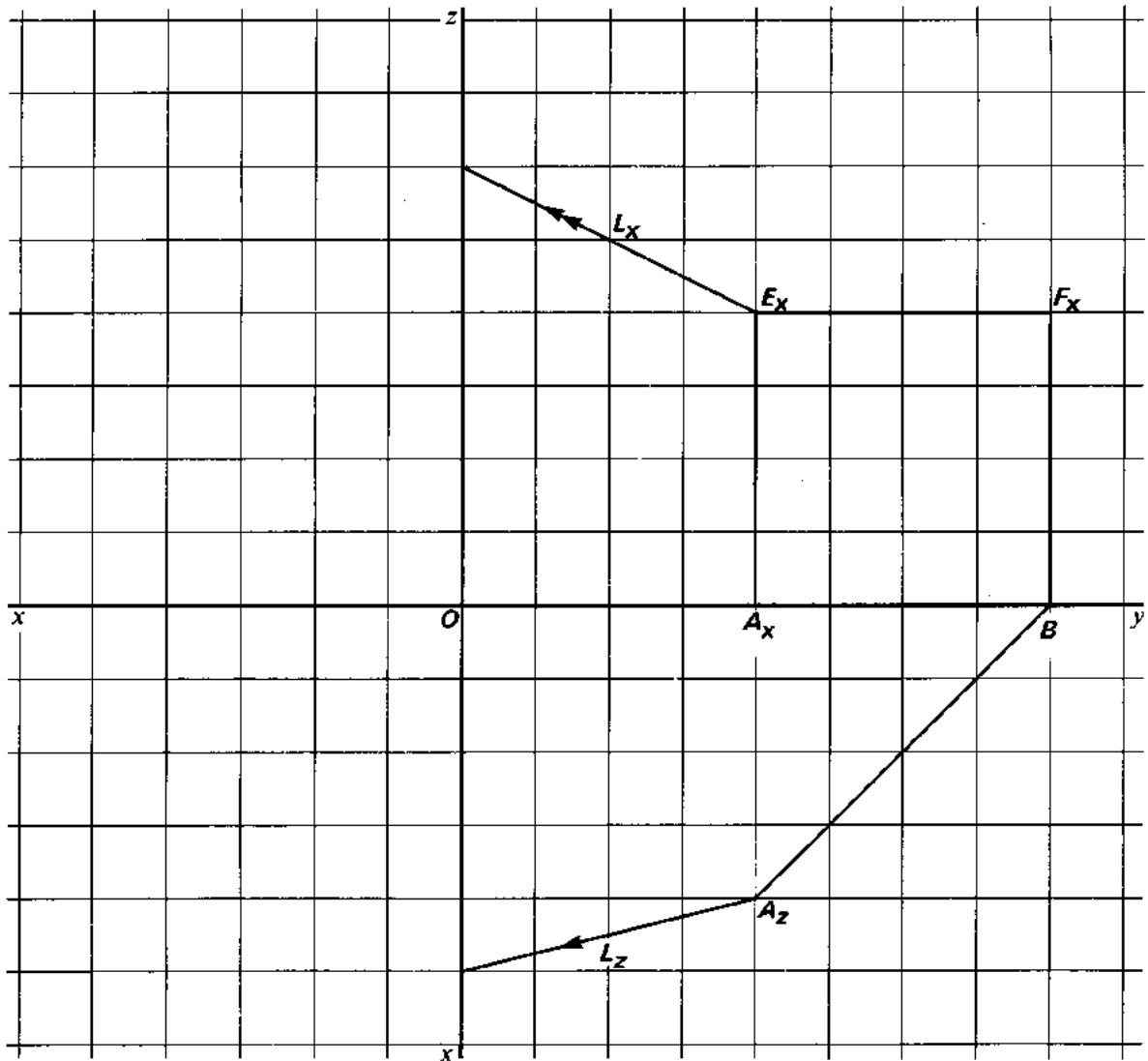
In figuur 2 van de bijlage zijn de loodrechte projecties op het Oxy -vlak en het Oyz -vlak getekend van een deel van de balk en van de richting van de lichtbundel (L).

- 12 Teken in figuur 2 van de bijlage de loodrechte projectie van vierhoek $ABFE$ op het Oxz -vlak en het schaduwbeeld van vierhoek $ABFE$ op het Oxz -vlak. Licht je werkwijze toe.

Figuur 1



Figuur 2

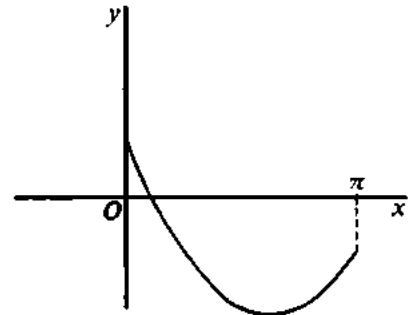


■ Opgave 4

Voor iedere $\alpha \in \mathbb{R}$ is gegeven de functie
 $f_\alpha : x \rightarrow \cos(x - \alpha) - \sin x$
met $x \in [0, \pi]$.

Voor een waarde van α is hiernaast de grafiek
van de bijbehorende f_α getekend.
Het minimum van deze f_α wordt bereikt
voor $x = \frac{2}{3}\pi$.

figuur



- 13 Bereken dat minimum.
- 14 Los op: $f_\alpha(-\alpha) = 0$.

D is de differentiaalvergelijking $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 2$.

- 15 Toon aan dat $y = f_0(x)$ een oplossing is van D .

V is het vlakdeel dat bestaat uit de punten waardoor twee grafieken gaan van oplossingen van D .

- 16 Arceer V .
- 17 Onderzoek in welke punten van V de beide grafieken loodrecht op elkaar staan.