

Examen VWO

2009

tijdvak 1
maandag 25 mei
totale examentijd 3 uur

wiskunde A1 Compex

Vragen 1 tot en met 11

**In dit deel van het examen staan de vragen
waarbij de computer *niet* wordt gebruikt.**

Bij dit deel van het examen hoort een uitwerkbijlage.

Het gehele examen bestaat uit 18 vragen.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal 42 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Emissierechten

Om de uitstoot van kooldioxide (CO₂) onder controle te krijgen verdeelt de overheid elk jaar zogenoemde emissierechten onder bedrijven die CO₂ uitstoten. Eén **emissierecht** betekent dat een bedrijf het recht heeft om in een jaar één ton CO₂ uit te stoten.

In 2005 stootte de Nederlandse industrie 80,4 miljoen ton CO₂ uit. Dat was 8 procent minder dan ze van de overheid aan emissierechten had gekregen.

- 3p **1** Bereken hoeveel emissierechten de overheid in 2005 had verdeeld onder de Nederlandse industrie.

Wanneer een bedrijf meer emissierechten heeft dan het aan CO₂ uitstoot, kan het de overgebleven rechten verkopen aan een bedrijf dat nog emissierechten nodig heeft. Deze handel in emissierechten vindt plaats op de Amsterdamse klimaatbeurs ECX.

Aan de hand van een voorbeeld gaan we in de rest van deze opgave na wat de handel in emissierechten voor een bedrijf kan betekenen.

Het bedrijf Fychem stoot per jaar 100 000 ton CO₂ uit en beschikt over slechts 95 000 emissierechten. We onderzoeken de volgende twee mogelijkheden:

- mogelijkheid 1: het bedrijf koopt er 5000 emissierechten bij;
- mogelijkheid 2: het bedrijf neemt maatregelen om de uitstoot tot 90 000 ton CO₂ terug te brengen. Dit kost het bedrijf 60 000 euro. Het bedrijf houdt nu 5000 emissierechten over en verkoopt die op de beurs.

We gaan ervan uit dat de koopprijs en de verkoopprijs van een emissierecht even groot zijn en noemen dat de **prijs** van een emissierecht. Afhankelijk van de prijs van een emissierecht kun je uitrekenen welke van de twee mogelijkheden het voordeligst is voor Fychem.

Neem aan dat de prijs van een emissierecht gelijk is aan 10 euro.

- 3p **2** Onderzoek welke mogelijkheid voor Fychem het voordeligst is.

De prijs van een emissierecht op de klimaatbeurs varieert. Bij een andere prijs dan 10 euro moet opnieuw bekeken worden welke van de twee mogelijkheden het voordeligst is voor Fychem. Er is een prijs waarbij het voor Fychem niet uitmaakt welke van de twee genoemde mogelijkheden wordt gekozen.

- 4p **3** Bereken in dat geval de prijs van een emissierecht.

De kosten om de uitstoot van CO₂ te verminderen hangen af van de hoeveelheid waarmee de uitstoot wordt verminderd. Voor Fychem geldt de volgende formule:

$$K(x) = \frac{540x}{100000 - x}$$

In deze formule stelt K de kosten voor in duizenden euro's en x het aantal ton waarmee de CO₂-uitstoot wordt verminderd.

Hoe meer Fychem de uitstoot van CO₂ vermindert, des te meer kosten zal het bedrijf hiervoor moeten maken.

- 4p **4** Beredeneer dit aan de hand van de formule voor K zonder getallenvoorbeelden te geven.

Fouten

Overal waar tekst verwerkt wordt, worden fouten gemaakt. Het gaat dan om slecht lopende zinnen, spelfouten, typefouten, enzovoort. Het is vrijwel onmogelijk om er voor te zorgen dat in lange teksten zoals een boek, krant of tijdschrift geen enkele fout voorkomt. Een manier om het aantal fouten te verminderen is de tekst te laten controleren door een zogenaemde **screeener**. Een screener is iemand die fouten in een tekst probeert te ontdekken. Ook screeners kunnen fouten over het hoofd zien. In deze opgave bekijken we een model waarin fouten in teksten met een bepaalde kans worden ontdekt.

Screeener Chris heeft al vaak teksten gecontroleerd. De kans dat een fout in de tekst door hem wordt ontdekt is gelijk aan 0,8. Deze kans geldt voor elke fout in de tekst. We noteren deze kans als p_C , dus: $p_C = 0,8$.

Veronderstel dat er in een tekst 52 fouten zitten.

- 4p **5** Bereken de kans dat screener Chris minstens 40 van de 52 fouten ontdekt.

De screeners Chris en Dieuwke controleren volkomen onafhankelijk van elkaar een tekst waarin 375 fouten zitten. Dieuwke heeft iets minder ervaring dan Chris. De kans p_D dat een fout in de tekst door haar wordt ontdekt is 0,72, dus voor Dieuwke geldt $p_D = 0,72$. Voor Chris geldt weer $p_C = 0,8$.

- 3p **6** Bereken hoeveel fouten naar verwachting zowel door Chris als ook door Dieuwke zullen worden gevonden.

Een document bevat 64 fouten. Omdat het een belangrijk document is maakt men gebruik van vier goede screeners, die volkomen onafhankelijk van elkaar de tekst controleren. De kans dat een van deze screeners een fout over het hoofd ziet, is voor iedere screener voor elke fout gelijk aan 0,15.

- 4p **7** Bereken de kans dat alle 64 fouten worden ontdekt.

Nominaal volume

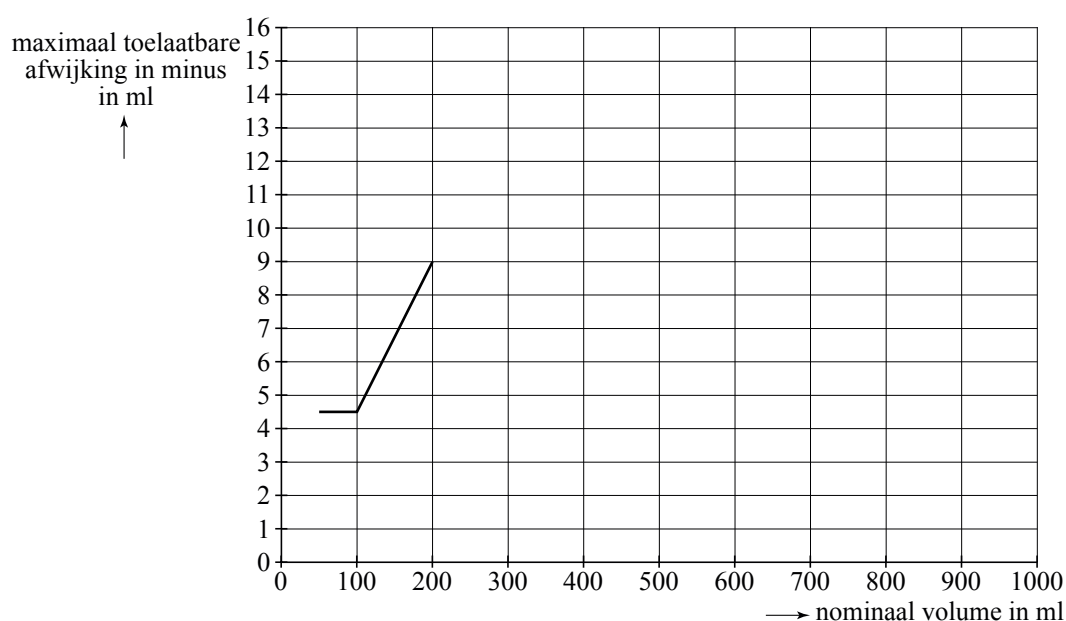
Veel vloeistoffen worden verhandeld in flessen. De hoeveelheid vloeistof die volgens het etiket in de fles moet zitten, heet het **nominaal volume**. Als er bijvoorbeeld "400 ml e" op staat, dan is het nominaal volume 400 ml. Dat betekent niet dat er dan ook altijd precies 400 ml vloeistof in zit. De werkelijke hoeveelheid vloeistof in de fles zou bijvoorbeeld 401,8 ml kunnen zijn of 399,6 ml. Als de werkelijke hoeveelheid vloeistof minder is dan het nominaal volume, dan spreken we van een **afwijking in minus**. De afwijking in minus mag niet te groot zijn. Daar zijn Europese richtlijnen voor. In tabel 1 is voor volumes tussen 50 ml en 1000 ml de maximaal toelaatbare afwijking in minus weergegeven volgens de Europese richtlijn.

tabel 1

nominaal volume in ml	max. toelaatbare afwijking in minus	
	in % van het nominaal volume	in ml
50 tot 100	-	4,5
100 tot 200	4,5	-
200 tot 300	-	9
300 tot 500	3	-
500 tot 1000	-	15

Aan de hand van tabel 1 kan een grafiek worden gemaakt van het verband tussen het nominaal volume en de maximaal toelaatbare afwijking in minus. In figuur 1 is daar al een begin mee gemaakt.

figuur 1



De grafiek in figuur 1 staat ook op de uitwerkbijlage.

4p 8 Maak de grafiek af op de uitwerkbijlage.

Flessen heten **ondeugdelijk** als de afwijking in minus groter is dan de maximaal toelaatbare afwijking in minus.

Een firma produceert hoestsiroop. Volgens het etiket bevat een fles hoestsiroop 400 ml, dus het nominaal volume is 400 ml. De maximaal toelaatbare afwijking in minus is dan 12 ml.

De werkelijke hoeveelheid hoestsiroop per fles is normaal verdeeld met een gemiddelde van 405 ml. Uit onderzoek is gebleken dat per 1000 flessen hoestsiroop gemiddeld 5,2 flessen ondeugdelijk zijn. Met behulp van deze gegevens kan worden berekend dat de standaardafwijking van de werkelijke hoeveelheid hoestsiroop per fles ongeveer gelijk is aan 6,6 ml.

- 5p **9** Bereken de standaardafwijking van de werkelijke hoeveelheid hoestsiroop per fles in twee decimalen nauwkeurig.

De firma levert een partij van 5000 flessen hoestsiroop aan een apotheek.

- 4p **10** Bereken het verwachte aantal flessen in deze partij dat een afwijking in minus heeft.

De overheid controleert regelmatig partijen flessen om te zien of er niet te veel ondeugdelijke flessen tussen zitten. In tabel 2 staan de Europese richtlijnen voor zulke controles.

tabel 2

grootte van de partij (aantal flessen)	grootte van de steekproef	goedkeur- criterium	afkeur- criterium
100 t/m 150	20	≤ 1	≥ 2
151 t/m 280	32	≤ 2	≥ 3
281 t/m 500	50	≤ 3	≥ 4
501 t/m 1200	80	≤ 5	≥ 6
1201 t/m 3200	125	≤ 7	≥ 8
3201 en meer	200	≤ 10	≥ 11

In tabel 2 zien we dat voor een partij van bijvoorbeeld 200 flessen er een steekproef van 32 flessen genomen moet worden. Deze partij wordt goedgekeurd als er in de steekproef niet meer dan 2 flessen ondeugdelijk zijn en afgekeurd bij 3 of meer ondeugdelijke flessen.

Door problemen met de productie is gedurende een periode 6% van de flessen ondeugdelijk. Tijdens deze periode wordt een partij van 5000 flessen gecontroleerd volgens de richtlijnen in tabel 2. De firma hoopt natuurlijk dat de partij wordt goedgekeurd.

- 4p **11** Bereken de kans dat dit gebeurt.

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer niet wordt gebruikt.