

# Correctievoorschrift VWO

# 2009

tijdvak 1

## wiskunde A1,2 Complex

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

### 1 Regels voor de beoordeling

---

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examiner en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examiner. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

## 2 Algemene regels

---

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
  - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.  
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.  
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

### **3 Vakspecifieke regels**

---

Voor dit examen kunnen maximaal 73 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) of de computer gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR of de computer gebruiken.

## 4 Beoordelingsmodel

Vraag

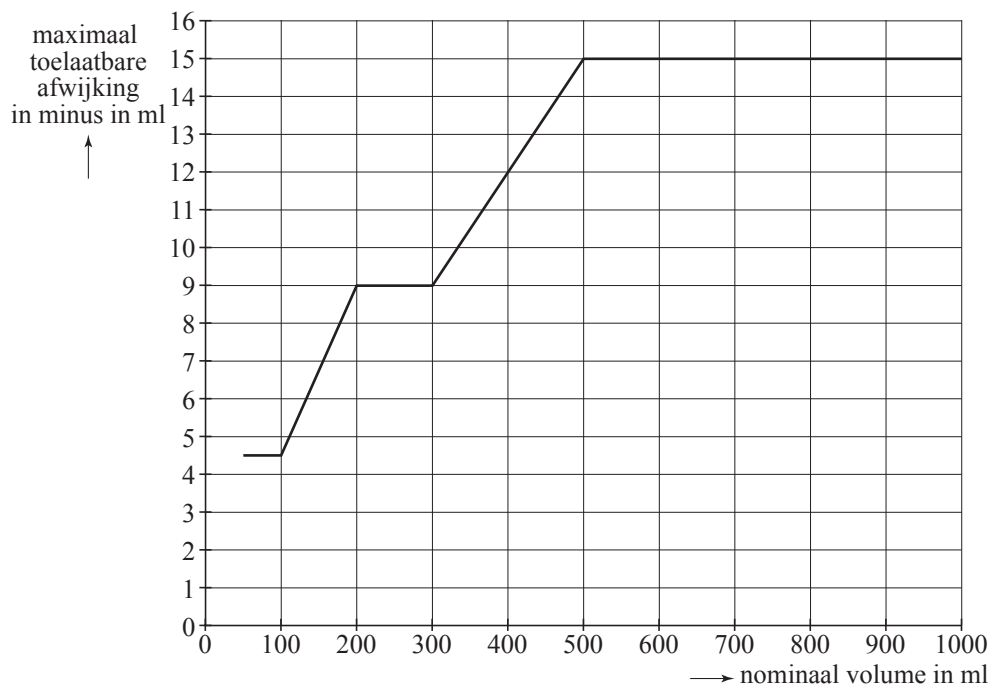
Antwoord

Scores

### Nominaal volume

#### 1 maximumscore 4

- Het tekenen van een lijnstuk van (200, 9) naar (300, 9) 1
- Het tekenen van een lijnstuk van (300, 9) naar (500, 15) 2
- Het tekenen van een lijnstuk van (500, 15) naar (1000, 15) 1



Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**2 maximumscore 5**

- $P(\text{ondeugdelijk}) = 0,0052$  1
- Grens van ondeugdelijkheid is 388 ml 1
- Beschrijven hoe met de GR  $\sigma$  gevonden kan worden (bijvoorbeeld met behulp van een tabel) zodanig dat de oppervlakte onder de normaalcurve links van 388 gelijk is aan 0,0052 2
- $\sigma = 6,63$  (of 6,64) (ml) 1

of

- $P(\text{ondeugdelijk}) = 0,0052$  1
- Grens van ondeugdelijkheid is 388 ml 1
- $\Phi\left(\frac{388-\mu}{\sigma}\right) = 0,0052$  1
- $\frac{388-405}{\sigma} \approx -2,5622$  1
- $\sigma = 6,63$  (of 6,64) (ml) 1

*Opmerking*

*Als bij het beantwoorden van de vraag een tabel wordt gebruikt, dienen daarin minimaal de waarden  $\sigma = 6,62$  en  $\sigma = 6,63$  (of  $\sigma = 6,64$  en  $\sigma = 6,65$ ) te worden vermeld.*

**3 maximumscore 4**

- Berekend moet worden het aantal flessen met een inhoud minder dan 400 ml 1
- Aangeven hoe de normale kans op een volume onder 400 ml met de GR berekend kan worden ( $\mu = 405$  en  $\sigma = 6,6$ ) 1
- Deze kans is 0,2244 1
- Dus naar verwachting 1122 ( $\approx 0,2244 \times 5000$ ) flessen hebben een afwijking in minus 1

*Opmerking*

*Als gerekend is met  $\sigma = 6,63$  (of  $\sigma = 6,64$ ) hiervoor geen punten aftrekken.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Euroverspreiding

- 4 maximumscore 5**
- De combinaties N-N-N-N, N-N-B-N, N-B-N-N, N-B-B-N 2
  - De bijbehorende kansen  $0,97^3$ ;  $0,97 \cdot 0,03 \cdot 0,0015$ ;  $0,03 \cdot 0,0015 \cdot 0,97$   
en  $0,03 \cdot 0,9985 \cdot 0,0015$  2
  - Optellen geeft een totale kans van  $0,9128$  1
- 5 maximumscore 4**
- Beschrijven van een aanpak met de GR voor voldoende grote waarden van  $t$  2
  - De oplossingen  $N \approx 0,133$  en  $B \approx 2,667$  1
  - Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten 1
- of
- Het inzicht dat het stelsel  $\begin{cases} N = 0,97N + 0,0015B \\ B + N = 2,8 \end{cases}$  moet worden opgelost 1
  - Het oplossen van dit stelsel 1
  - De oplossingen  $N \approx 0,133$  en  $B \approx 2,667$  1
  - Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten 1
- of
- Het inzicht dat uit  $N = 0,97N + 0,0015B$  volgt  $20N = B$  1
  - Dus  $\frac{1}{21}$ -ste deel van de Nederlandse munten is in Nederland 1
  - De oplossingen  $N \approx 0,133$  en  $B \approx 2,667$  1
  - Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten 1
- 6 maximumscore 6**
- $H_0: p = 0,233$  moet getoetst worden tegen  $H_1: p > 0,233$  1
  - Onder  $H_0$  is het aantal Duitse munten binomiaal verdeeld met  $n = 512$  en  $p = 0,233$  1
  - De overschrijdingskans  $P(X \geq 138 | n = 512, p = 0,233)$  moet berekend worden 1
  - $P(X \geq 138) = 1 - P(X \leq 137)$  1
  - Deze kans is (ongeveer) gelijk aan  $0,03$  1
  - Dit is kleiner dan  $0,05$  en dus is er reden om te veronderstellen dat het vermoeden juist is 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Emissierechten

### 7 maximumscore 3

- Mogelijkheid 1 kost 50 000 euro 1
- Mogelijkheid 2 levert 50 000 euro aan emissierechten op 1
- Mogelijkheid 2 kost netto 10 000 euro en is dus het voordeligst 1

### 8 maximumscore 4

- Ten opzichte van mogelijkheid 1 is mogelijkheid 2 10 000 emissierechten voordeliger 1
  - Ten opzichte van mogelijkheid 1 is mogelijkheid 2 60 000 euro reductiekosten onvoordeliger 1
  - Er is evenwicht als die 10 000 emissierechten 60 000 euro waard zijn 1
  - Dit is het geval wanneer een emissierecht 6 euro waard is 1
- of
- Mogelijkheid 1 kost  $5000p$  (met  $p$  de prijs van een emissierecht) 1
  - Mogelijkheid 2 kost  $60\,000 - 5000p$  (met  $p$  de prijs van een emissierecht) 1
  - Het opstellen van de vergelijking  $5000p = 60\,000 - 5000p$  1
  - De oplossing:  $p = 6$  (dus 6 euro) 1

### 9 maximumscore 4

- $K'(x) = \frac{(100\,000 - x) \cdot 540 - 540x \cdot (-1)}{(100\,000 - x)^2}$  2
  - Dit herleiden tot  $K'(x) = \frac{54\,000\,000}{(100\,000 - x)^2}$  1
  - $K'(x)$  is voor elke waarde van  $x$  positief en dus is  $K$  stijgend 1
- of
- $K'(x) = \frac{(100\,000 - x) \cdot 540 - 540x \cdot (-1)}{(100\,000 - x)^2}$  2
  - Een schets van de grafiek van  $K'$  1
  - De grafiek van  $K'$  ligt voor elke waarde van  $x$  boven de  $x$ -as en dus is  $K$  stijgend 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Eekhoorns

- 10 maximumscore 4**
- Het vermenigvuldigen van de getallen in kolom A en B 2
  - De som van deze producten is 68 1
  - De ontbrekende vrijwilliger telt in  $80 - 68 = 12$  gebieden 1
- 11 maximumscore 5**
- Het aantal eekhoorns is 0,005 maal het percentage bezochte haarvallen maal de oppervlakte van het gebied 1
  - Een berekening van het aantal eekhoorns in elk gebied, bijvoorbeeld met  $E3=0,005*C3*B3$  tot en met  $E82=0,005*C82*B82$  2
  - Een berekening van het totale aantal eekhoorns, bijvoorbeeld met  $E83=SOM(E3:E82)$  1
  - Het totale aantal eekhoorns is naar schatting 179 1
- 12 maximumscore 4**
- Een berekening van de waarde van  $d$  in elk gebied volgens de formule  $d = 0,005p$ , bijvoorbeeld met  $D3=0,005*C3$  tot en met  $D82=0,005*C82$  1
  - Een berekening van de waarde van  $d$  in elk gebied volgens de formule  $d = -0,5 \cdot \log(1 - 0,009p)$ , bijvoorbeeld met  $E3 = -0,5 \cdot \text{LOG}(1 - 0,009 \cdot C3)$  tot en met  $E82 = -0,5 \cdot \text{LOG}(1 - 0,009 \cdot C82)$  1
  - In elk gebied het verschil berekenen, bijvoorbeeld met  $F3 = D3 - E3$  tot en met  $F82 = D82 - E82$  1
  - Het verschil is het grootst in gebied 43 1
- of
- Het invoeren (in de GR of in Excel) van de functies  $d = 0,005p$  en  $d = -0,5 \cdot \log(1 - 0,009p)$  1
  - Het onderzoeken van de verschilfunctie van de functies  $d = 0,005p$  en  $d = -0,5 \cdot \log(1 - 0,009p)$  1
  - Het verschil is het grootst als  $p = 68$  1
  - Bij het bekijken van de gebieden blijkt dat in gebied 43 deze waarde van  $p$  voorkomt (en dat daar dus het verschil het grootst is) 1



Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Ziekenhuis

### 13 maximumscore 4

- Het aantal bezette bedden wordt berekend door het aantal bezette bedden van de vorige dag te verminderen met de uitstroom en te vermeerderen met de instroom 1
- Een berekening van de bedbezetting op elke dag, bijvoorbeeld met  $D3=D2-B3+C3$  tot en met  $D302=D301-B302+C302$  2
- Aan het eind van dag 300 waren er 25 patiënten 1

#### *Opmerking*

*Als de berekening is gemaakt voor dag 365 in plaats van dag 300, dan voor deze vraag maximaal 3 punten toekennen.*

### 14 maximumscore 4

- Het inzicht dat de som van kolom E het bedoelde aantal dagen geeft 1
- Het sommeren van kolom E, bijvoorbeeld met  $G3=SOM(E5:E369)$  1
- Een beschrijving hoe deze som verandert als het aantal bedden verandert 1
- Grafiek B geeft het verband het beste weer 1

of

- Wanneer het aantal bedden heel groot is (bijvoorbeeld 35), is het aantal dagen dat er een tekort aan bedden is gelijk aan 0 1
- Wanneer het aantal bedden heel klein is (bijvoorbeeld 0), is het aantal dagen dat er een tekort aan bedden is gelijk aan 365 1
- Wanneer het aantal bedden steeds 1 groter wordt gemaakt zal het totaal aantal dagen met tekort niet steeds met dezelfde waarde afnemen. Dus er is geen lineair verband. 1
- Grafiek B geeft het verband het beste weer 1

#### *Opmerking*

*Als een kandidaat op basis van argumenten grafiek A als het best passende verband aanwijst, hiervoor maximaal 3 punten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores
<b>15</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• Een berekening van de gemiddelde instroom, bijvoorbeeld met $C370=SOM(C5:C369)/365$	1
	• De gemiddelde instroom is (ongeveer) 4,83	1
	• Een berekening van de gemiddelde bedbezetting, bijvoorbeeld met $D370=SOM(D5:D369)/365$ (of $D370=SOM(D4:D369)/366$ )	1
	• De gemiddelde bedbezetting is (ongeveer) 16,57	1
	• De gemiddelde ligduur is $\frac{16,57}{4,83} \approx 3,43$	1
	of	
	• Een berekening van de gemiddelde instroom, bijvoorbeeld met $C370=GEMIDDELDE(C5:C369)$	1
	• De gemiddelde instroom is (ongeveer) 4,83	1
	• Een berekening van de gemiddelde bedbezetting, bijvoorbeeld met $D370=GEMIDDELDE(D5:D369)$ (of $D370=GEMIDDELDE(D4:D369)$ )	1
	• De gemiddelde bedbezetting is (ongeveer) 16,57	1
	• De gemiddelde ligduur is $\frac{16,57}{4,83} \approx 3,43$	1
<b>16</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	• De ligduur is langer dan 3 nachten als de patiënt 3 ochtenden achtereen niet vertrekt	1
	• De kans daarop is $0,6^3 (= 0,216)$	1
	• De kans op een ligduur van ten hoogste drie nachten is $1-0,6^3 = 0,784$	1
	of	
	• $P(\text{ligduur is 1 nacht}) = 0,4$ , $P(\text{ligduur is 2 nachten}) = 0,6 \cdot 0,4$ en $P(\text{ligduur is 3 nachten}) = 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,4$	2
	• De som van deze kansen is 0,784	1
<b>17</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• Een berekening van de gekwadrateerde verschillen van kolom B en D, bijvoorbeeld met $E3=(B3-D3)^2$ tot en met $E37=(B37-D37)^2$	2
	• Een berekening van de som hiervan, bijvoorbeeld met $E38=SOM(E3:E37)$	1
	• Deze som is (ongeveer) 125,8 als $q = 0,82$ . De som is groter bij andere waarden van $q$ , dus voor $q = 0,82$ komt de theoretische verdeling het best overeen met de werkelijke verdeling	2

## 5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste 10 kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.