

Examen VWO

2008

tijdvak 1
maandag 19 mei
totale examentijd 3 uur

wiskunde A1 Compex

Vragen 1 tot en met 11

In dit deel van het examen staan de vragen
waarbij de computer *niet* wordt gebruikt.

Bij dit deel van het examen hoort een uitwerkbijlage.

Het gehele examen bestaat uit 17 vragen.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal 40 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

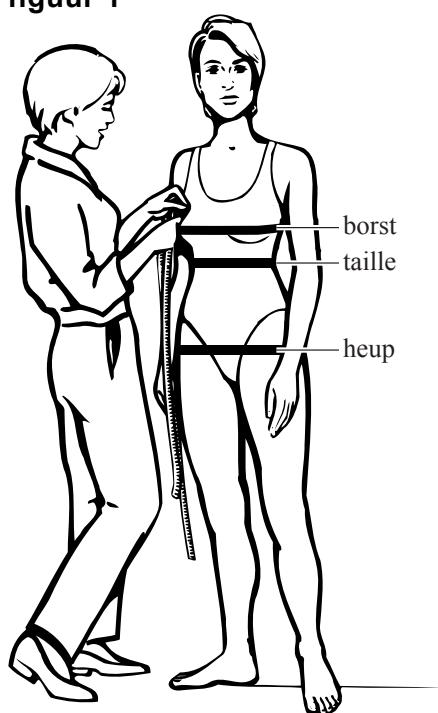
Androgynie-index

Van veel mensen zoals fotomodellen, kledingmodellen, acteurs, actrices en atleten wordt beweerd dat ze een 'goed figuur' hebben. Maar wanneer kun je spreken van een 'goed figuur'? Om een 'goed figuur' van mannen en vrouwen in een getal uit te kunnen drukken, hanteert men de zogenoemde *androgynie-index*. De *androgynie-index* wordt als volgt berekend:

$$\text{androgynie-index} = \frac{t}{\sqrt{h \times b}}$$

Hierin is b de borstmaat in cm, t de taillemaat in cm en h de heupmaat in cm. Deze maten worden gemeten door een meetlint rond het lichaam te passen op de hoogte van de borst, taille respectievelijk heup. Zie figuur 1.

figuur 1

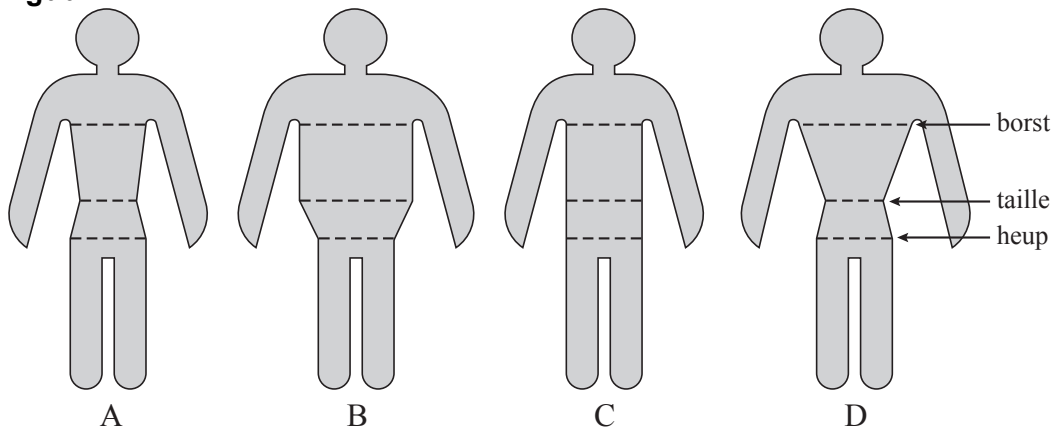


Arnold Schwarzenegger (acteur/politicus) heeft een *androgynie-index* van 0,83. De borst- en taillemaat van de gespierde Schwarzenegger zijn 111 cm respectievelijk 91 cm.

3p 1 Bereken de heupmaat van Schwarzenegger.

In figuur 2 zijn vier figuren afgebeeld: A, B, C en D. De *androgynie-index* is van alle vier figuren verschillend.

figuur 2



- 4p **2** Sorteert de figuren naar de grootte van hun *androgynie-index* van klein naar groot. Geef je antwoord door de 4 letters in de juiste volgorde achter elkaar te schrijven.

Mensen die het leuk vinden om modellenwerk te doen, schrijven zich vaak in bij modellenbureaus. Sommige bureaus schrijven alleen mensen in als die aan bepaalde voorwaarden voldoen. Modellenbureau FOBEL schrijft modellen alleen in als de maten van borst-taille-heup (in cm) liggen tussen de 81-56-86 en 91-64-91 voor vrouwen en tussen de 96-76-85 en 107-84-102 voor mannen. Voor de volgende vraag nemen we aan dat de tussenliggende maten van borst-taille-heup in alle mogelijke verhoudingen kunnen voorkomen. Er zit een maximum aan de *androgynie-index* van de vrouwen en van de mannen die bij FOBEL kunnen worden ingeschreven. Het maximum voor de mannen verschilt van het maximum voor de vrouwen.

- 3p **3** Bereken dit verschil. Geef je antwoord in 3 decimalen.

Naast de *androgynie-index* maakt men ook vaak gebruik van de *taille-heup-verhouding*. Dat is de verhouding van de taillemaat en de heupmaat. In formulevorm:

$$\text{taille-heup-verhouding} = \frac{t}{h}$$

In een praktische opdracht voor wiskunde A1 maken Fatima en Hilde gebruik van zowel de *androgynie-index* als de *taille-heup-verhouding*. Volgens Fatima is de *taille-heup-verhouding* een bijzonder geval van de *androgynie-index*. Hilde begrijpt niet wat Fatima bedoelt met 'een bijzonder geval'. Fatima legt uit: "Je kunt laten zien dat onder een bepaalde voorwaarde de *androgynie-index* gelijk is aan de *taille-heup-verhouding*."

- 3p **4** Leg uit dat de *taille-heup-verhouding* inderdaad een bijzonder geval is van de *androgynie-index*.

De psychologen Voracek en Fischer hebben de *androgynie-index* uitgerekend van 577 vrouwelijke topmodellen van de afgelopen 50 jaar. Uit hun onderzoek bleek dat de *androgynie-index* van deze modellen gemiddeld 0,66 bedraagt. De onderlinge verschillen waren klein: 80% van alle modellen had een *androgynie-index* tussen 0,62 en 0,70.

Op basis van deze gegevens kan de standaardafwijking worden berekend. Je mag er daarbij van uit gaan dat de *androgynie-index* van de modellen bij benadering normaal verdeeld is.

- 4p 5 Bereken de standaardafwijking. Geef je antwoord in 2 decimalen.

Loting

In de zomer van 2004 werd in Portugal het Europese kampioenschap voetballen gehouden, waarbij Griekenland uiteindelijk kampioen werd. Daaraan deden 16 landen mee. Zij waren verdeeld in 4 poules van 4 landen. In elke poule speelde elk land een keer tegen elk ander land van die poule. Na afloop van de poulewedstrijden gingen de beste 2 landen van elke poule door naar de kwartfinale.

In de kwartfinale speelde elk land slechts één wedstrijd tegen een ander land. De landen die wonnen, gingen door naar de halve finale. In de halve finale speelde weer elk land één wedstrijd. De winnaars gingen naar de finale. In de finale werd in één wedstrijd beslist welk land zich kampioen mocht noemen.

- 4p 6 Bereken hoeveel wedstrijden in totaal tijdens het toernooi in Portugal werden gespeeld.

Wat eraan vooraf ging

Om te bepalen welke landen mee mochten doen aan dit toernooi, werden in Europa voorronden gespeeld. De tien winnende landen van deze voorronden plaatsten zich, samen met het gastland Portugal, rechtstreeks voor het toernooi in Portugal.

Van de landen die zich niet rechtstreeks wisten te plaatsen, kregen de volgende landen alsnog de gelegenheid zich te plaatsen voor het toernooi: Kroatië, Letland, Nederland, Noorwegen, Rusland, Schotland, Slovenië, Spanje, Turkije en Wales. Deze tien landen speelden in de zogenoemde '**play-offs**'. Op 14 oktober 2003 was de loting hiervoor: de 'UEFA Euro 2004 play-offs draw'. Het resultaat van deze loting zie je in tabel 1.

tabel 1

Letland – Turkije
Schotland – Nederland
Kroatië – Slovenië
Rusland – Wales
Spanje – Noorwegen

In tabel 1 zie je bijvoorbeeld dat Schotland moest duelleren tegen Nederland. Het duel bestond uit twee wedstrijden: een uitwedstrijd en een thuiswedstrijd. De volgorde was van belang want de loting Schotland – Nederland betekende dat Schotland de eerste wedstrijd thuis, dat wil zeggen: in eigen land, speelde en dat Nederland de tweede wedstrijd thuis speelde.

De loting van deze play-offs had voor Nederland ook een ander resultaat kunnen hebben.

- 3p **7** Bereken hoeveel verschillende lotingen er voor Nederland mogelijk waren.

Voor de play-offs werd een speciale loterij georganiseerd. Deelnemers aan deze loterij kochten voor 1 euro een formulier. Op het formulier kon de deelnemer van alle 5 paren duellerende landen aankruisen welk land volgens hem door zou gaan naar het toernooi in Portugal. Van elk paar kon dus maar één land worden aangekruist. Dit was er te winnen:

- een deelnemer die alle 5 landen goed had geraden, kreeg 10 euro uitbetaald;
- een deelnemer die 4 landen goed had geraden, kreeg 3 euro uitbetaald;
- een deelnemer die 3 of minder landen goed raadde, kreeg niets uitbetaald.

Een deelnemer die het formulier blindelings invult, heeft 50% kans om van een paar duellerende landen te raden welk land doorgaat naar het toernooi in Portugal. Wanneer we ervan uit gaan dat elke deelnemer het formulier blindelings invult, kunnen we berekenen hoeveel winst de organisator van deze loterij naar verwachting per formulier maakt.

- 4p **8** Bereken deze verwachte winst per formulier.

Tijdens de kampioenschappen

Nederland won bij de play-offs van Schotland en mocht dus meedoen aan het kampioenschap. Daarin haalde het Nederlandse team de kwartfinale. Dat was nogal verrassend want van de 8 teams die de kwartfinale haalden, was Nederland het enige team dat aan de play-offs had meegedaan.

Ferry, die nauwelijks verstand van voetballen heeft, gaat ervan uit dat de 16 teams (10 uit de voorrondes, 1 gastland en 5 via de play-offs) die aan het kampioenschap begonnen, vrijwel gelijkwaardig zijn. Hij wil uitrekenen hoe groot de kans is dat precies één team uit de play-offs in de kwartfinale komt. Daartoe maakt hij een vaas met 11 blauwe en 5 rode knikkers. Uit die vaas moeten dan 8 knikkers worden getrokken.

- 4p **9** Bereken de kans dat daar precies één rode knikker bij zit.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Tennisballen

Een tennisballenfabrikant produceert tennisballen waarvan de diameter (bij benadering) normaal verdeeld is. De fabrikant geeft de diameter van een tennisbal altijd op in inches.

De fabrikant heeft bij 400 tennisballen de diameters laten opmeten. Het resultaat daarvan zie je in tabel 2.

tabel 2

400 waarnemingen bij tennisballen

diameter in inches	< 2,4	2,4 – <2,5	2,5 – <2,6	2,6 – <2,7	2,7 – <2,8	≥ 2,8
aantal waarnemingen	1	4	98	232	63	2

- 5p **10** Zet de gegevens uit op het normaal waarschijnlijkheidspapier op je uitwerkbijlage en toon daarmee aan dat de waargenomen diameters inderdaad bij benadering normaal verdeeld zijn.

Uit de tekening die je bij de vorige vraag hebt gemaakt kun je aflezen hoe groot het gemiddelde en de standaardafwijking van de diameter van een tennisbal is.

- 3p **11** Bepaal het gemiddelde en de standaardafwijking van de diameter van een tennisbal. Licht je werkwijze toe.

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer niet wordt gebruikt.