

Examen VWO

2007

tijdvak 1
vrijdag 1 juni
totale examentijd 3,5 uur

wiskunde A1 Compex

Vragen 1 tot en met 13

**In dit deel van het examen staan de vragen
waarbij de computer *niet* wordt gebruikt.**

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Het gehele examen bestaat uit 19 vragen.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal 53 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Je geeft de antwoorden op deze vragen op papier, tenzij anders is aangegeven.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Een maat voor iemands intelligentie is het zogenaamde IQ (Intelligentie Quotiënt). Hoe intelligenter een persoon is, hoe hoger zijn/haar IQ is. Het IQ is bij benadering normaal verdeeld.

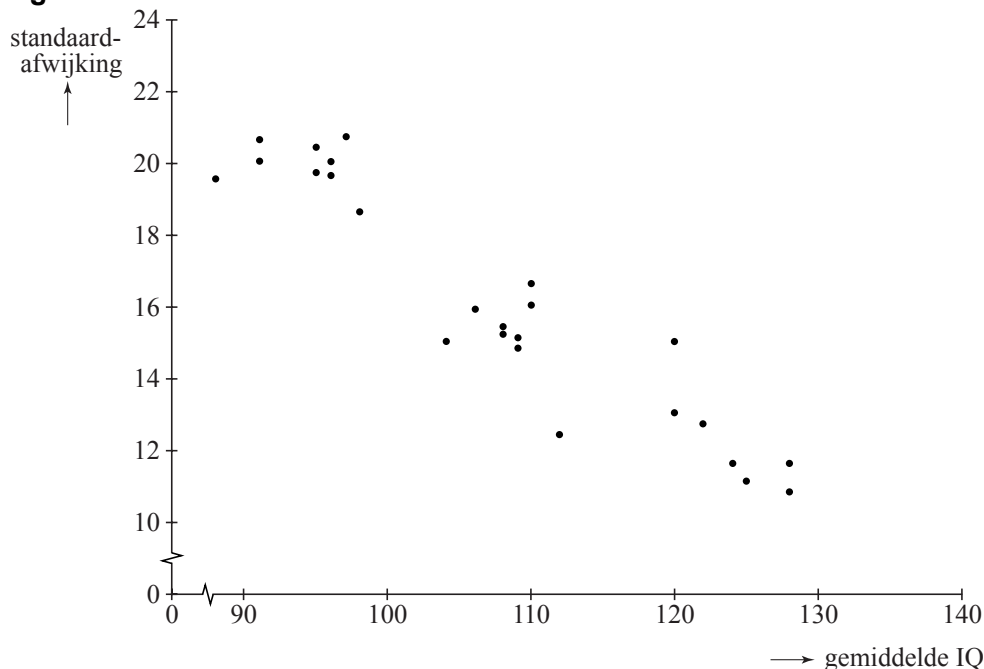
In deze opgave nemen we aan dat het IQ van een Nederlander normaal verdeeld is met een gemiddelde waarde van 100 en een standaardafwijking van 15.

In een boek over intelligentietests wordt beweerd dat ongeveer 4 op de 1000 Nederlanders een IQ van meer dan 140 hebben.

4p 1 Ga met een berekening na of deze bewering waar is.

Van een groot aantal mensen in 25 verschillende beroepsgroepen is het IQ gemeten. Voor elke beroepsgroep is vervolgens het gemiddelde IQ en de standaardafwijking bepaald. Deze waarden zijn uitgezet met stippen in de grafiek van figuur 1. Bij elke beroepsgroep hoort dus een stip.

figuur 1



We nemen aan dat binnen elke beroepsgroep het IQ van een persoon uit die beroepsgroep normaal verdeeld is. In figuur 1 is duidelijk te zien dat naarmate het gemiddelde IQ van een beroepsgroep groter is, de standaardafwijking kleiner is. Door de puntenwolk in de grafiek van figuur 1 kan een zo goed mogelijk passende rechte lijn worden getrokken. De formule voor deze lijn luidt: $\sigma = 45,5 - 0,272 \cdot \mu$. Hierin is σ de standaardafwijking en μ het gemiddelde IQ van een beroepsgroep.

Twee beroepsgroepen blijken een gemiddeld IQ van 110,6 en 115,3 te hebben. Beide beroepsgroepen zijn niet opgenomen in figuur 1. We veronderstellen echter dat ook voor deze beroepsgroepen de formule van de lijn gebruikt mag worden.

- 3p **2** Bereken hoeveel de bijbehorende standaardafwijkingen volgens de formule van de lijn van elkaar verschillen.

Omdat de standaardafwijking altijd groter dan 0 moet zijn, kan de formule $\sigma = 45,5 - 0,272 \cdot \mu$ niet geldig zijn boven een bepaalde waarde van μ .

- 3p **3** Bereken deze waarde van μ .

Het bovenstaande onderzoek wordt uitgebreid. Van beroepsgroep A, die nog niet bij het onderzoek betrokken was, worden 39 personen getest op hun IQ. De resultaten vind je in tabel 1.

tabel 1

IQ	Aantal personen
80 – 90	1
90 – 100	3
100 – 110	6
110 – 120	12
120 – 130	11
130 – 140	4
140 – 150	2

- 5p **4** Verwerk de gegevens van tabel 1 in een cumulatieve frequentiepolygoon in het assenstelsel op de uitwerkbijlage en maak daarmee een schatting voor de mediaan.

Van beroepsgroep B, die ook nog niet in het eerdere onderzoek opgenomen was, zijn 8 personen op hun IQ getest. Deze 8 personen hebben een IQ van 123, 108, 137, 121, 124, 129, 131 en 111.

Op basis van figuur 1 wordt de volgende algemene regel geformuleerd: 'Bij een groter gemiddelde hoort een kleinere standaardafwijking.'

- 5p **5** Onderzoek of deze regel ook van toepassing is als we de steekproeven van de beroepsgroepen A en B met elkaar vergelijken.

Groenbelegging

Beleggingsmaatschappijen zoeken steeds naar nieuwe manieren om geld te beleggen. Eén van die manieren is beleggen in bomen.

foto



Plantage waar bomen voor belegging gekweekt worden

Over het beleggen in bomen schrijft een beleggingsmaatschappij in een reclamefolder het volgende:

Uw belegging groeit vanzelf.

De Labironia is een duurzame houtsoort. De houtindustrie maakt veel gebruik van de Labironia en het is te verwachten dat de vraag naar Labironia in de komende jaren zal toenemen. Van het geld dat u belegt, worden een stuk grond en jonge boompjes gekocht. Het stuk grond is verdeeld in percelen en op elk perceel worden 960 boompjes geplant. Om een idee te krijgen van de te verwachten opbrengst, geven we u het volgende schema.

- Na 8 jaar moeten 200 bomen van elk perceel worden gekapt. Dan hebben de bomen naar verwachting een lengte van 7 m en een stamdiameter van 10,8 cm.
- Na 15 jaar moeten nog eens 300 bomen van elk perceel worden gekapt. Dan hebben de bomen naar verwachting een lengte van 12 m en een stamdiameter van 13 cm.
- De eindkap volgt na 20 jaar. Dan worden van elk perceel de resterende 460 bomen gekapt. De stamdiameter van de bomen is dan toegenomen tot 16 cm en de lengte tot 15,5 m.

De houtopbrengst wordt berekend met de formule $M = 0,16 \cdot D^2 \cdot L$. Hierin is M het aantal m^3 benutbaar hout, D de stamdiameter van de boom in meter en L de lengte van de boom in meter.

Een Labironia-boom van 15 jaar oud levert meer m^3 benutbaar hout op dan een van 8 jaar oud.

- 3p **6** Bereken hoeveel m^3 het verschil bedraagt. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

Een bioloog beweert dat de houtopbrengst van een *Labironia*-boom jaarlijks met ongeveer 14% toeneemt.

- 5p 7 Laat met berekeningen zien dat de gegevens in de folder overeenstemmen met deze bewering.

Verderop in de folder staat:

U kunt deelnemen door een bedrag in te leggen van 5000 euro per perceel. U ontvangt dan in de komende twintig jaar de opbrengst van het op dat perceel geogste hout. Wanneer we ervan uitgaan dat de houtprijs, die voor de *Labironia* momenteel 600 euro per m³ bedraagt, in de komende jaren niet zal stijgen, is deze belegging de moeite waard. Zelfs als U de gelden die na 8 jaar en na 15 jaar vrijkomen in een oude sok bewaart (en dus niet wegzet op bijvoorbeeld een spaarrekening), is de opbrengst in totaal meer dan wanneer U de inleg twintig jaar lang op een spaarrekening met 8% rente per jaar zou hebben gezet.

- 6p 8 Bereken hoeveel die meeropbrengst naar verwachting ten minste bedraagt. Rond je antwoord af op honderden euro's.

Rijexamen

Door het CBR (Centraal Bureau Rijvaardigheidsbewijzen) worden jaarlijks ruim 400 000 examens voor een rijbewijs voor personenauto's afgenomen. Dit examen bestaat uit twee delen: een theorie-examen en een praktijkexamen. Je moet eerst geslaagd zijn voor het theorie-examen voordat je mag deelnemen aan het praktijkexamen.



Vóór 1 oktober 2002 bestond het theorie-examen uit 50 ja/nee-vragen. Een kandidaat was geslaagd voor het theorie-examen als ten minste 45 ja/nee-vragen goed werden beantwoord.

Hannie Samson wist, tijdens haar theorie-examen, van 41 ja/nee-vragen het goede antwoord. Door de overige 9 ja/nee-vragen te gokken, had Hannie Samson toch een kans om te slagen.

5p **9** Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Sinds 1 oktober 2002 is het theorie-examen vernieuwd. In het nieuwe theorie-examen zitten bij de 50 vragen niet alleen ja/nee-vragen maar ook andersoortige vragen zoals open vragen en/of driekeuzevragen. Ook nu is een kandidaat geslaagd voor het theorie-examen als ten minste 45 vragen goed worden beantwoord.

Herman Spiering doet een theorie-examen dat bestaat uit 40 ja/nee-vragen en 7 driekeuzevragen en 3 open vragen. Hij weet alleen het goede antwoord van 36 ja/nee-vragen en 6 driekeuzevragen. De 3 open vragen heeft hij in ieder geval fout. Van de resterende vragen moet Herman het antwoord gokken. Herman kan nog slagen voor dit examen. Dan moet hij ten minste drie van de vier resterende ja/nee-vragen goed gokken of hij moet twee van de vier resterende ja/nee-vragen én de resterende driekeuzevraag goed gokken.

4p **10** Bereken de kans dat Herman zal slagen voor dit theorie-examen. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Als je slaagt voor het theorie-examen mag je praktijkexamen doen. Als je zakt voor je praktijkexamen, kun je enige maanden later opnieuw praktijkexamen doen. Sommige kandidaten zakken meerdere keren voor het praktijkexamen. Het CBR houdt gegevens bij over de slaag- en zakkcijfers van de kandidaten die opgaan voor het rijexamen. Uit de gegevens van het CBR blijkt dat een kandidaat steeds dezelfde kans heeft om te slagen voor het praktijkexamen. Hierbij speelt het dus geen rol of die kandidaat voor de eerste keer examen doet of al één of meer keren gezakt is. Verder blijkt dat 11% van alle kandidaten na 4 keer nog steeds niet is geslaagd voor het praktijkexamen.

Op basis van deze gegevens kun je nu berekenen hoe groot de kans is dat iemand de eerste keer al slaagt voor het praktijkexamen.

4p 11 Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Let op: de laatste vragen van dit deel van het examen staan op de volgende pagina.

Verhoudingen

In de 19e eeuw deed Fechner onderzoek naar de esthetische waarde van rechthoeken. Hij liet een aantal mensen rechthoeken zien waarvan de verhouding tussen de lengte en de breedte telkens verschillend was. Aan deze mensen werd gevraagd welke rechthoek zij het mooist vonden.

Mede op grond van deze resultaten stelde Petrov een formule op waarmee hij deze voorkeur wilde uitdrukken in een getal. Hij noemde dit de appreciatiewaarde A van de rechthoek en kwam met de volgende formule:

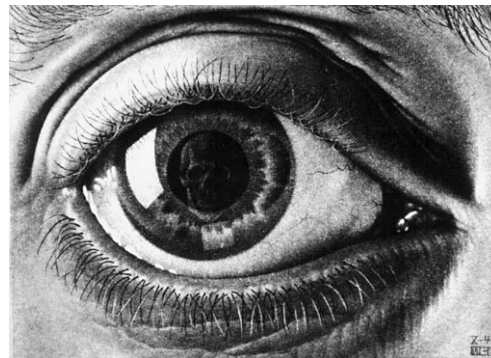
$$A = \left(\frac{1}{v} - 1 \right) \cdot \log \left(1 - \frac{1}{v} \right)$$

In deze formule is v de verhouding tussen de langste zijde en de kortste zijde van de rechthoek, dus $v = \frac{\text{langste zijde}}{\text{kortste zijde}}$.

schilderij



litho



De afmetingen van het schilderij 'De Nachtwacht' van Rembrandt van Rijn zijn 363 cm bij 437 cm.

De afmetingen van 'Oog', een litho van M.C. Escher, zijn 141 cm bij 198 cm.

- 3p **12** Bereken welk van deze twee kunstvoorwerpen de grootste appreciatiewaarde heeft volgens de formule van Petrov.

Petrov constateerde dat bij een bepaalde verhouding v tussen de langste en de kortste zijde de appreciatiewaarde maximaal is.

- 3p **13** Bereken voor welke waarde van v de appreciatiewaarde maximaal is.

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer niet wordt gebruikt.