

In dit deel van het examen staan de vragen  
waarbij de computer *niet* wordt gebruikt.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal  
51 punten te behalen; het gehele examen  
bestaat uit 20 vragen.  
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel  
punten met een goed antwoord behaald kunnen  
worden.  
Voor de beantwoording van de vragen 7 en 11 is  
een uitwerkbijlage bijgevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of  
berekening vereist is, worden aan het  
antwoord meestal geen punten toegekend als  
deze verklaring, uitleg of berekening  
ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen,  
voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd.  
Als er bijvoorbeeld twee redenen worden  
gevraagd en je geeft meer dan twee redenen,  
dan worden alleen de eerste twee in de  
beoordeling meegeteld.

## Beschoit

Gewone beschoiten worden verkocht in beschoitrollen van 13 stuks. Een gewone beschoit weegt gemiddeld 8,0 gram.

Er zijn ook grotere, zogeheten 'Twentsche beschoiten' die worden verkocht in zakken van 10 stuks. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram.

foto



Enige tijd geleden kostte in de supermarkt een rol gewone beschoit € 0,91 en een zak Twentsche beschoit € 0,93.

- 3p 1  Bij welk van deze twee artikelen verwacht je het meeste beschoit voor je geld? Motiveer je antwoord.

Vanzelfsprekend wegen beschoiten niet allemaal precies even veel. Het gewicht van een gewone beschoit is normaal verdeeld met een gemiddeld gewicht van 8,0 gram en een standaardafwijking van 0,6 gram. Het gewicht van een Twentsche beschoit is ook normaal verdeeld. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram met een standaardafwijking van 0,9 gram.

Zowel bij een rol gewone beschoit als bij een zak Twentsche beschoit kan het gebeuren dat de inhoud minder weegt dan de 100 gram die op de verpakking staat vermeld.

- 6p 2  Bereken bij welke soort beschoit de kans daarop het grootst is.

Een fabrikant van gewone beschoit gaat ervan uit dat de machines voor productie van gewone beschoiten zo zijn ingesteld dat slechts 5% van de beschoiten te licht is. Een medewerker van deze fabriek heeft echter de indruk dat meer dan 5% van de beschoiten te licht is. Om zijn vermoeden te onderzoeken, pakt hij willekeurig 50 beschoiten. Van deze 50 beschoiten blijken er 6 te licht te zijn.

- 6p 3  Onderzoek of dit resultaat voldoende aanleiding is om de medewerker in het gelijk te stellen. Hanteer daarbij een significantieniveau van 1%.

## Krasactie

Schoenwinkel Boermans bestaat 40 jaar. Om dat te vieren overweegt eigenaar Boermans om een actie met kraskaarten te houden. Iedere klant die voor ten minste 50 euro in de winkel besteedt, krijgt een kraskaart. Op elke kraskaart komen acht vakjes die opengekrast kunnen worden. In zes willekeurig gekozen vakjes staat het woord 'jammer!' In de andere twee vakjes staat het gezicht van Boermans afgebeeld. De klant mag naar keuze twee vakjes openkrassen. Indien een klant ten minste één maal het gezicht van Boermans te voorschijn krast, dan levert dat de klant een cadeaubon op.

Een klant die een kraslot mag gaan krassen, heeft een kans van  $\frac{26}{56}$  op een cadeaubon.

Het is mogelijk dat van de eerste tien klanten die op een dag hebben gekrast, er drie een cadeaubon hebben gewonnen en zeven geen cadeaubon hebben gewonnen.

3p **4**  Bereken de kans dat dit gebeurt.

Boermans verwacht dat hij per dag gemiddeld 13 cadeaubonnen zal moeten uitdelen. Deze verwachting baseert hij op het gemiddelde aantal klanten per dag die in het verleden 50 euro of meer besteedden.

3p **5**  Bereken dit gemiddelde aantal klanten per dag waarvan Boermans is uitgegaan.

De krasactie van Boermans gaat een jaar duren. Een klant kan met een in de krasactie gewonnen cadeaubon een keuze maken uit een beperkte, speciaal daarvoor aangewezen voorraad artikelen in Boermans' winkel.

Boermans heeft nog niet besloten hoe groot hij de waarde van de cadeaubonnen zal maken. Hij wil kiezen uit de volgende twee mogelijkheden.

- Mogelijkheid A: gedurende de hele actie is elke cadeaubon 17,50 euro waard.
- Mogelijkheid B: elke cadeaubon die op de eerste dag wordt uitgedeeld is 5 euro waard; elke cadeaubon die op de tweede dag wordt uitgedeeld is 5,10 euro waard; elke cadeaubon die op de derde dag wordt uitgedeeld 5,20 euro, enzovoort. Elke dag dat de winkel geopend is worden de bonnen 0,10 euro meer waard. Omdat Boermans in een jaar 300 dagen geopend is, zijn de bonnen op de laatste dag van de actie 34,90 euro waard.

Boermans wil een indicatie hebben hoeveel geld hij bij beide mogelijkheden kwijt zal raken aan cadeaubonnen. Bij de berekeningen mag je ervan uit gaan dat Boermans elke dag precies 13 cadeaubonnen uitdeelt.

Bij mogelijkheid B kan de totale dagwaarde  $d_n$  van de cadeaubonnen die Boermans op de  $n$ -de dag uitdeelt, berekend worden met de formule  $d_n = (4,90 + 0,10n) \cdot 13 = 63,7 + 1,3n$ . De totale dagwaarde van dag 1 is dus  $63,7 + 1,3 \cdot 1 = 65$  euro en die van dag 2 is 66,3. De totale actiewaarde  $a_n$  is de optelsom van alle cadeaubonnen die *tot en met* de  $n$ -de dag zijn uitgedeeld. Dus  $a_n = d_1 + d_2 + \dots + d_n$ . Dit betekent dat de totale actiewaarde  $a_n$  kan worden berekend met de formule  $a_n = 64,35n + 0,65n^2$ .

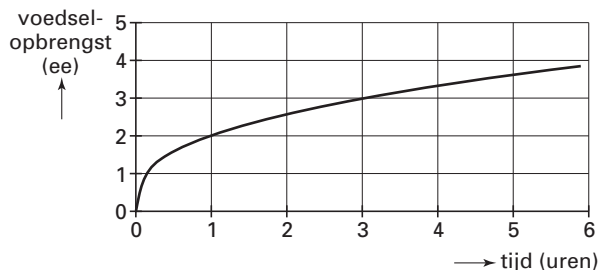
5p **6**  Toon de juistheid van de formule  $a_n = 64,35n + 0,65n^2$  aan.

## Voedsel zoeken

De meeste roofdieren proberen iedere dag hun voedsel zo snel mogelijk te vangen. Naarmate meer voedsel is gevangen, wordt het vaak moeilijker om nog nieuw voedsel te vangen. Deze opgave gaat over het wiskundige model dat daarbij gemaakt kan worden. In dat model geeft de *opbrengstfunctie* het verband aan tussen de hoeveelheid voedsel (de voedselopbrengst) en de tijd die nodig is om die hoeveelheid voedsel te vangen.

In figuur 1 is de grafiek getekend van de opbrengstfunctie voor roofdiersoort A. De voedselopbrengst is uitgedrukt in energie-eenheden (ee) en de benodigde tijd in uren. Figuur 1 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 1



We bekijken een roofdier van soort A. Na 0,5 uur heeft dit roofdier een bepaalde hoeveelheid energie aan voedsel gevangen. Om de dubbele hoeveelheid te vangen is meer dan het dubbele van 0,5 uur nodig.

4p **7** □ Bepaal met behulp van figuur 1 hoeveel maal zo groot de daarvoor benodigde tijd is.

De opbrengst van roofdiersoort A bij 3 uur jagen is 3 ee. Uit figuur 1 is af te lezen dat direct na het begin van de jacht er al vangst is. Deze diersoort leeft dus in hetzelfde gebied als zijn prooidieren.

Sommige roofdieren leven echter niet in hetzelfde gebied als hun prooidieren. Die moeten zich eerst verplaatsen naar hun voedselgebied voordat ze met de jacht kunnen beginnen. Na de jacht gaan ze weer terug naar het gebied waar ze de meeste tijd verblijven.

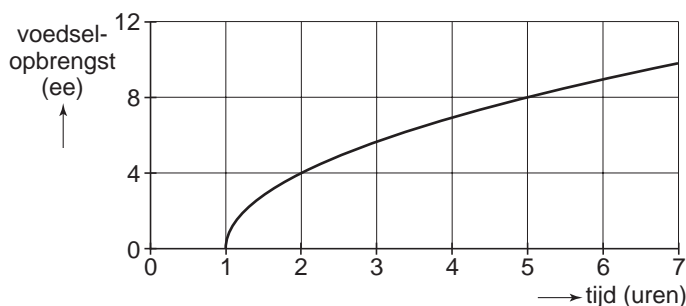
In figuur 2 is de grafiek van de opbrengstfunctie van een roofdiersoort B getekend die 1 uur onderweg is naar zijn jachtgebied ( $\frac{1}{2}$  uur heen en  $\frac{1}{2}$  uur terug). Voor deze roofdieren is de opbrengstfunctie gegeven door de formule:

$$r = 4\sqrt{t-1} \text{ als } t > 1$$

(als het roofdier in totaal minder dan één uur op jacht is, geldt:  $r = 0$ )

Hierin is  $t$  de tijd in uren en  $r$  de hoeveelheid gevonden voedsel in ee.

figuur 2



Deze opbrengstfunctie  $r$  heeft voor  $t > 1$  de volgende twee eigenschappen:

- een langere tijd levert altijd een hogere opbrengst op;
- de toename van de opbrengst wordt steeds geringer naarmate  $t$  groter wordt.

Deze twee eigenschappen zijn zichtbaar in de grafiek van  $r$ , maar ze kunnen ook worden verklaard aan de hand van de grafiek van de afgeleide van  $r$ .

5p **8** □ Schets de grafiek van de afgeleide van  $r$  en verklaar de beide eigenschappen aan de hand van deze grafiek.

De gemeente Vriesbergen wil woningen en winkels laten bouwen op een terrein van  $1\,000\,000\text{ m}^2$ .

foto

## nieuwbouw



De gemeentelijke planologische dienst gaat dit project ontwerpen. Dit project zal aan enkele voorwaarden moeten voldoen:

### Verdeling

- Voor elke  $\text{m}^2$  woonoppervlak moet  $1\text{ m}^2$  'tuin' extra gereserveerd worden voor de woning. Dus voor elke  $\text{m}^2$  woonoppervlak wordt  $2\text{ m}^2$  grond in gebruik genomen.
- Voor elke  $50\text{ m}^2$  winkeloppervlak moet  $20\text{ m}^2$  extra voor parkeerplaatsen worden bestemd.
- Om ruimte te hebben voor openbare groenvoorzieningen en wegen mag het totale grondoppervlak voor woningen (inclusief tuin) plus het totale grondoppervlak voor winkels (inclusief parkeerplaatsen) samen ten hoogste 60% van het totale oppervlak beslaan.

### Verontreiniging

- Voor  $1\text{ m}^2$  woonoppervlak rekent men 40 eenheden verontreiniging en voor  $1\text{ m}^2$  winkeloppervlak rekent men 4 eenheden verontreiniging.
- In totaal is maximaal  $3\,000\,000$  eenheden verontreiniging toelaatbaar.

### Regionale functie

Omdat het gebied een regionale winkelfunctie moet krijgen, eist de gemeente dat het aantal  $\text{m}^2$  winkeloppervlak ten minste gelijk is aan  $50\,000\text{ m}^2$  plus vier maal het aantal  $\text{m}^2$  woonoppervlak.

Noem het aantal  $\text{m}^2$  woonoppervlak  $x$  en het aantal  $\text{m}^2$  winkeloppervlak  $y$ . Naast de beperkende voorwaarden  $x \geq 0$  en  $y \geq 0$  gelden nu ook de voorwaarden:

$$(1) \quad 2x + 1,4y \leq 600\,000$$

$$(2) \quad y - 4x \geq 50\,000$$

$$(3) \quad 10x + y \leq 750\,000$$

5p **9** □ Laat zien hoe de voorwaarden (1), (2) en (3) uit bovenstaande gegevens volgen.

*Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.*

Nog een aspect van het project waar een voorwaarde uit voortvloeit, wordt gevormd door de kosten.

### Kosten

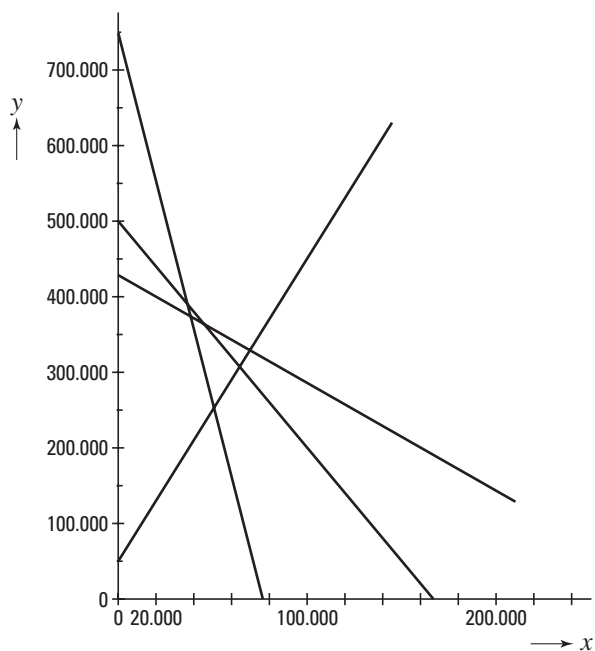
- Het hele project mag niet meer dan 400 miljoen euro kosten.
- De bouw van 1 m<sup>2</sup> woonoppervlak kost 2400 euro.
- De bouw van 1 m<sup>2</sup> winkeloppervlak kost 800 euro.

Op grond van de gegevens over de kosten kun je de beperkende voorwaarde (4) opstellen.

2p **10**  Stel deze beperkende voorwaarde op.

In figuur 3 zijn de grenzen van de vier beperkende voorwaarden getekend. Figuur 3 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 3



Met behulp van figuur 3 is in te zien dat een van de vier beperkende voorwaarden eigenlijk overbodig is.

5p **11**  Welke van de vier beperkende voorwaarden is overbodig? Licht je antwoord toe met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage.

De gemeentelijke planologische dienst wil zo veel mogelijk m<sup>2</sup> woonoppervlak realiseren.

4p **12**  Onderzoek hoeveel m<sup>2</sup> het totale grondoppervlak voor woningen (inclusief tuin) plus het totale grondoppervlak voor winkels (inclusief parkeerplaatsen) in dat geval zal beslaan.

*Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer niet gebruikt wordt.*

**Einde**