

**Voor dit examen zijn maximaal 83 punten te behalen; het examen bestaat uit 20 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de beantwoording van de vragen 8, 10 en 14 is een uitwerkbijlage bijgevoegd.**

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Beschoit

Gewone beschoiten worden verkocht in beschoitrollen van 13 stuks. Een gewone beschoit weegt gemiddeld 8,0 gram.

Er zijn ook grotere, zogeheten 'Twentsche beschoiten' die worden verkocht in zakken van 10 stuks. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram.

foto



Enige tijd geleden kostte in de supermarkt een rol gewone beschoit € 0,91 en een zak Twentsche beschoit € 0,93.

- 3p **1** Bij welk van deze twee artikelen verwacht je het meeste beschoit voor je geld? Motiveer je antwoord.

Vanzelfsprekend wegen beschoiten niet allemaal precies even veel. Het gewicht van een gewone beschoit is normaal verdeeld met een gemiddeld gewicht van 8,0 gram en een standaardafwijking van 0,6 gram. Het gewicht van een Twentsche beschoit is ook normaal verdeeld. Een Twentsche beschoit weegt gemiddeld 10,7 gram met een standaardafwijking van 0,9 gram.

Zowel bij een rol gewone beschoit als bij een zak Twentsche beschoit kan het gebeuren dat de inhoud minder weegt dan de 100 gram die op de verpakking staat vermeld.

- 6p **2** Bereken bij welke soort beschoit de kans daarop het grootst is.

Een fabrikant van gewone beschoit gaat ervan uit dat de machines voor productie van gewone beschoiten zo zijn ingesteld dat slechts 5% van de beschoiten te licht is. Een medewerker van deze fabriek heeft echter de indruk dat meer dan 5% van de beschoiten te licht is. Om zijn vermoeden te onderzoeken, pakt hij willekeurig 50 beschoiten. Van deze 50 beschoiten blijken er 6 te licht te zijn.

- 6p **3** Onderzoek of dit resultaat voldoende aanleiding is om de medewerker in het gelijk te stellen. Hanteer daarbij een significantieniveau van 1%.

Krasactie

Schoenwinkel Boermans bestaat 40 jaar. Om dat te vieren overweegt eigenaar Boermans om een actie met kraskaarten te houden. Iedere klant die voor ten minste 50 euro in de winkel besteedt, krijgt een kraskaart. Op elke kraskaart komen acht vakjes die opengekrast kunnen worden. In zes willekeurig gekozen vakjes staat het woord 'jammer!' In de andere twee vakjes staat het gezicht van Boermans afgebeeld. De klant mag naar keuze twee vakjes openkrassen. Indien een klant ten minste één maal het gezicht van Boermans te voorschijn krast, dan levert dat de klant een cadeaubon op.

Een klant die een kraslot mag gaan krassen, heeft een kans van $\frac{26}{56}$ op een cadeaubon.

Het is mogelijk dat van de eerste tien klanten die op een dag hebben gekrast, er drie een cadeaubon hebben gewonnen en zeven geen cadeaubon hebben gewonnen.

3p **4** Bereken de kans dat dit gebeurt.

Boermans verwacht dat hij per dag gemiddeld 13 cadeaubonnen zal moeten uitdelen. Deze verwachting baseert hij op het gemiddelde aantal klanten per dag die in het verleden 50 euro of meer besteedden.

3p **5** Bereken dit gemiddelde aantal klanten per dag waarvan Boermans is uitgegaan.

De krasactie van Boermans gaat een jaar duren. Een klant kan met een in de krasactie gewonnen cadeaubon een keuze maken uit een beperkte, speciaal daarvoor aangewezen voorraad artikelen in Boermans' winkel.

Boermans heeft nog niet besloten hoe groot hij de waarde van de cadeaubonnen zal maken. Hij wil kiezen uit de volgende twee mogelijkheden.

- Mogelijkheid A: gedurende de hele actie is elke cadeaubon 17,50 euro waard.
- Mogelijkheid B: elke cadeaubon die op de eerste dag wordt uitgedeeld is 5 euro waard; elke cadeaubon die op de tweede dag wordt uitgedeeld is 5,10 euro waard; elke cadeaubon die op de derde dag wordt uitgedeeld 5,20 euro, enzovoort. Elke dag dat de winkel geopend is worden de bonnen 0,10 euro meer waard. Omdat Boermans in een jaar 300 dagen geopend is, zijn de bonnen op de laatste dag van de actie 34,90 euro waard.

Boermans wil een indicatie hebben hoeveel geld hij bij beide mogelijkheden kwijt zal raken aan cadeaubonnen. Bij de berekeningen mag je ervan uit gaan dat Boermans elke dag precies 13 cadeaubonnen uitdeelt.

Bij mogelijkheid B kan de totale dagwaarde d_n van de cadeaubonnen die Boermans op de n -de dag uitdeelt, berekend worden met de formule $d_n = (4,90 + 0,10n) \cdot 13 = 63,7 + 1,3n$. De totale dagwaarde van dag 1 is dus $63,7 + 1,3 \cdot 1 = 65$ euro en die van dag 2 is 66,3. De totale actiewaarde a_n is de optelsom van alle cadeaubonnen die *tot en met* de n -de dag zijn uitgedeeld. Dus $a_n = d_1 + d_2 + \dots + d_n$. Dit betekent dat de totale actiewaarde a_n kan worden berekend met de formule $a_n = 64,35n + 0,65n^2$.

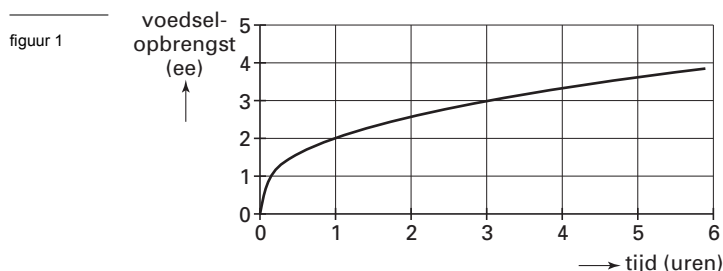
5p **6** Toon de juistheid van de formule $a_n = 64,35n + 0,65n^2$ aan.

3p **7** Onderzoek bij welk van beide mogelijkheden Boermans in totaal het meeste geld kwijt is en bereken hoe groot het verschil is.

Voedsel zoeken

De meeste roofdieren proberen iedere dag hun voedsel zo snel mogelijk te vangen. Naarmate meer voedsel is gevangen, wordt het vaak moeilijker om nog nieuw voedsel te vangen. Deze opgave gaat over het wiskundige model dat daarbij gemaakt kan worden. In dat model geeft de *opbrengstfunctie* het verband aan tussen de hoeveelheid voedsel (de voedselopbrengst) en de tijd die nodig is om die hoeveelheid voedsel te vangen.

In figuur 1 is de grafiek getekend van de opbrengstfunctie voor roofdiersoort A. De voedselopbrengst is uitgedrukt in energie-eenheden (ee) en de benodigde tijd in uren. Figuur 1 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

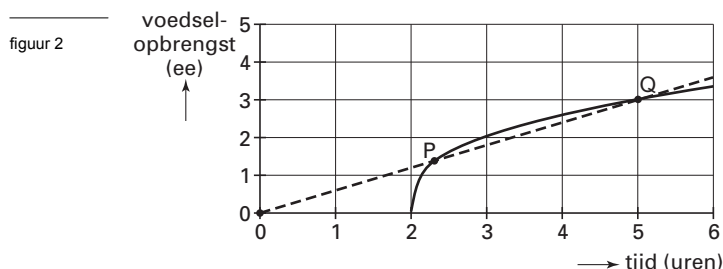


We bekijken een roofdier van soort A. Na 0,5 uur heeft dit roofdier een bepaalde hoeveelheid energie aan voedsel gevangen. Om de dubbele hoeveelheid te vangen is meer dan het dubbele van 0,5 uur nodig.

- 4p **8** □ Bepaal met behulp van figuur 1 hoeveel maal zo groot de daarvoor benodigde tijd is.

Sommige roofdieren leven niet in hetzelfde gebied als hun prooidieren. Zulke roofdieren moeten zich eerst verplaatsen naar hun voedselgebied voordat ze met de jacht kunnen beginnen. De tijd die nodig is om een bepaalde hoeveelheid voedsel te vangen wordt daardoor uitgebreid met de tijd die nodig is om naar het voedselgebied te gaan. Dit heeft gevolgen voor de gemiddelde opbrengst per uur.

In figuur 2 is de grafiek van de opbrengstfunctie van roofdiersoort B getekend. Zoals je in figuur 2 kunt zien, is een roofdier van deze soort 2 uur onderweg (1 uur heen en 1 uur terug). Figuur 2 staat vergroot op de uitwerkbijlage.



Op de grafiek van roofdiersoort B bevindt zich het punt Q met coördinaten $(5, 3)$. Dat wil zeggen dat, als een roofdier van roofdiersoort B 5 uur jaagt (inclusief verplaatsing), dan is zijn voedselopbrengst 3 ee. De gemiddelde voedselopbrengst is dan $\frac{3}{5} = 0,6$ ee/uur.

In figuur 2 is ook een stippellijn getekend die gaat door de oorsprong en punt Q . Deze stippellijn snijdt de grafiek van roofdiersoort B ook in punt P .

- 3p **9** □ Leg uit, zonder berekening, dat de gemiddelde voedselopbrengst die hoort bij punt P ook gelijk is aan 0,6 ee/uur.

Op de grafiek van roofdiersoort B bevindt zich een punt waarbij de gemiddelde opbrengst per uur voor een roofdier van soort B maximaal is.

- 4p **10** □ Bepaal met behulp van figuur 2 (zie ook de uitwerkbijlage) bij welke tijd de gemiddelde opbrengst per uur maximaal is. Licht je antwoord toe.

Een roofdier van soort C is in totaal 1 uur onderweg. Voor deze roofdieren is de opbrengstfunctie gegeven door de formule:

$$r = 4\sqrt{t-1} \text{ als } t > 1 \text{ (voor het eerste uur geldt: } r = 0)$$

Hierin is t de tijd in uren en r de hoeveelheid gevonden voedsel in ee.

Deze opbrengstfunctie r heeft voor $t > 1$ de volgende twee eigenschappen:

- een langere tijd levert altijd een hogere opbrengst op;
- de toename van de opbrengst wordt steeds geringer naarmate t groter wordt.

Deze twee eigenschappen zijn zichtbaar in de grafiek van r , maar ze kunnen ook worden verklaard aan de hand van de grafiek van de afgeleide van r .

- 5p **11** □ Schets de grafiek van de afgeleide van r en verklaar de beide eigenschappen aan de hand van deze grafiek.

De gemeente Vriesbergen wil woningen en winkels laten bouwen op een terrein van $1\,000\,000\text{ m}^2$.

foto

nieuwbouw



De gemeentelijke planologische dienst gaat dit project ontwerpen. Dit project zal aan enkele voorwaarden moeten voldoen:

Verdeling

- Voor elke m^2 woonoppervlak moet 1 m^2 ‘tuin’ extra gereserveerd worden voor de woning. Dus voor elke m^2 woonoppervlak wordt 2 m^2 grond in gebruik genomen.
- Voor elke 50 m^2 winkeloppervlak moet 20 m^2 extra voor parkeerplaatsen worden bestemd.
- Om ruimte te hebben voor openbare groenvoorzieningen en wegen mag het totale grondoppervlak voor woningen (inclusief tuin) plus het totale grondoppervlak voor winkels (inclusief parkeerplaatsen) samen ten hoogste 60% van het totale oppervlak beslaan.

Verontreiniging

- Voor 1 m^2 woonoppervlak rekent men 40 eenheden verontreiniging en voor 1 m^2 winkeloppervlak rekent men 4 eenheden verontreiniging.
- In totaal is maximaal $3\,000\,000$ eenheden verontreiniging toelaatbaar.

Regionale functie

Omdat het gebied een regionale winkelfunctie moet krijgen, eist de gemeente dat het aantal m^2 winkeloppervlak ten minste gelijk is aan $50\,000\text{ m}^2$ plus vier maal het aantal m^2 woonoppervlak.

Noem het aantal m^2 woonoppervlak x en het aantal m^2 winkeloppervlak y . Naast de beperkende voorwaarden $x \geq 0$ en $y \geq 0$ gelden nu ook de voorwaarden:

$$(1) \quad 2x + 1,4y \leq 600\,000$$

$$(2) \quad y - 4x \geq 50\,000$$

$$(3) \quad 10x + y \leq 750\,000$$

5p **12** □ Laat zien hoe de voorwaarden (1), (2) en (3) uit bovenstaande gegevens volgen.

Nog een aspect van het project waar een voorwaarde uit voortvloeit, wordt gevormd door de kosten.

Kosten

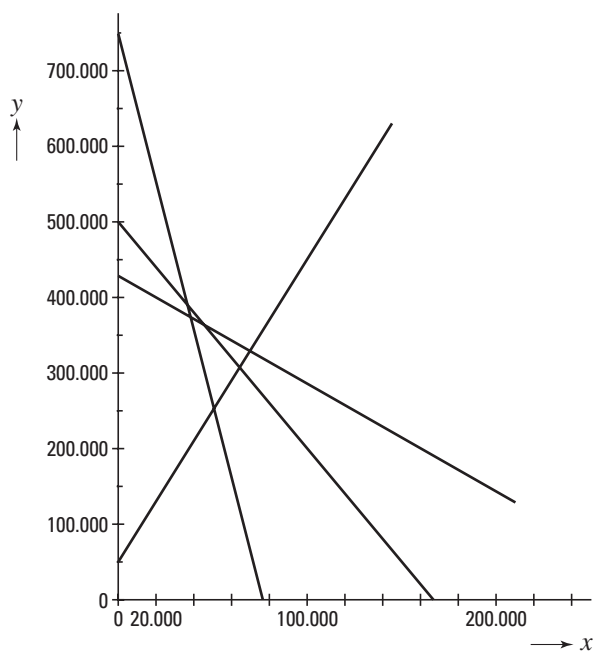
- Het hele project mag niet meer dan 400 miljoen euro kosten.
- De bouw van 1 m² woonoppervlak kost 2400 euro.
- De bouw van 1 m² winkeloppervlak kost 800 euro.

Op grond van de gegevens over de kosten kun je de beperkende voorwaarde (4) opstellen.

2p **13** Stel deze beperkende voorwaarde op.

In figuur 3 zijn de grenzen van de vier beperkende voorwaarden getekend. Figuur 3 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 3



Met behulp van figuur 3 is in te zien dat een van de vier beperkende voorwaarden eigenlijk overbodig is.

5p **14** Welke van de vier beperkende voorwaarden is overbodig? Licht je antwoord toe met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage.

De gemeentelijke planologische dienst wil zo veel mogelijk m² woonoppervlak realiseren.

4p **15** Onderzoek hoeveel m² het totale grondoppervlak voor woningen (inclusief tuin) plus het totale grondoppervlak voor winkels (inclusief parkeerplaatsen) in dat geval zal beslaan.

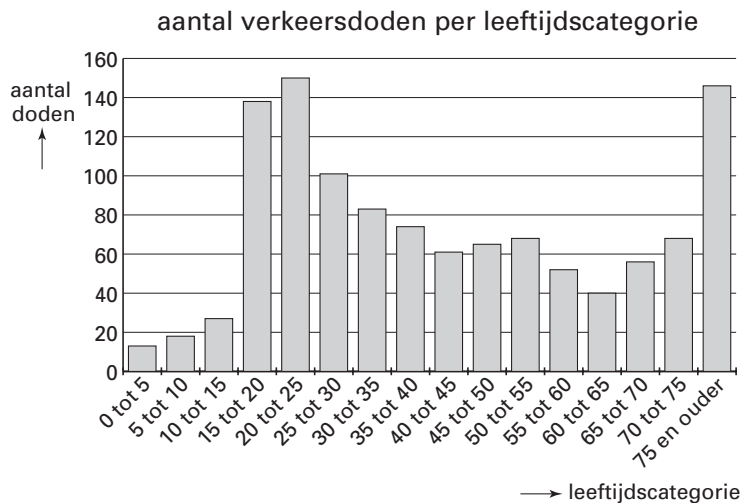
Verkeersslachtoffers in Nederland

In het jaar 2000 zijn 1160 personen in het verkeer in Nederland om het leven gekomen. Ten opzichte van het jaar 2000 is het aantal verkeersdoden in het jaar 2001 gedaald met 6,47%. Bij de mannen daalde het aantal verkeersdoden met 31 tot 821. Met deze gegevens kunnen we berekenen met welk percentage het aantal vrouwelijke verkeersdoden in 2001 is gedaald ten opzichte van 2000.

5p **16** □ Bereken dit percentage.

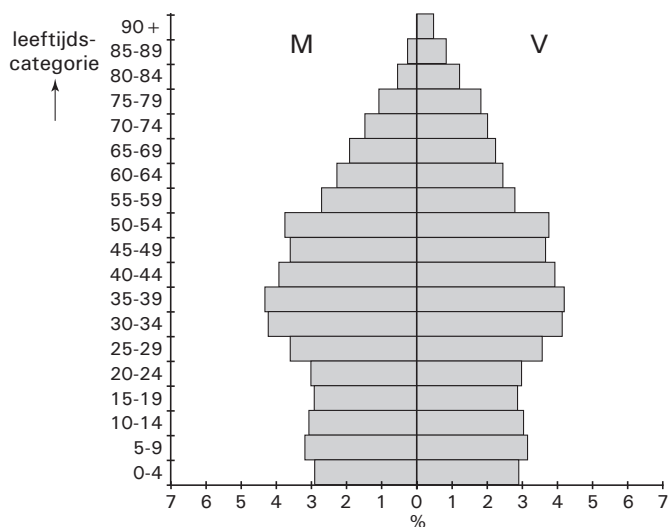
In figuur 4 staan de verkeersdoden van het jaar 2000 in een staafdiagram verdeeld naar leeftijdscategorie.

figuur 4



De bevolkingsopbouw van het jaar 2000 is weergegeven in figuur 5.

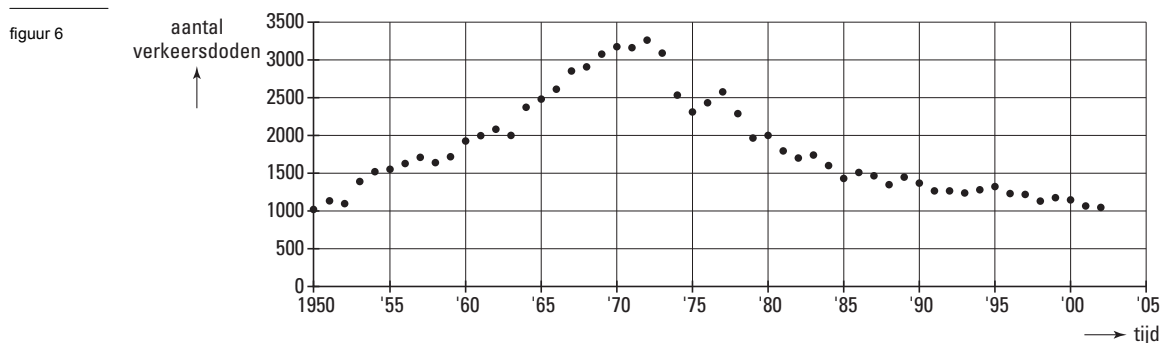
figuur 5



Om het totale percentage per leeftijdscategorie te bepalen moet je de percentages mannen en vrouwen optellen. Voor, bijvoorbeeld, de leeftijdscategorie 5 tot 10 jaar is af te lezen dat het totale percentage ongeveer 6,4% is.

6p **17** □ Onderzoek aan de hand van figuur 4 en figuur 5 of in het jaar 2000 een persoon uit de leeftijdscategorie 25 tot 30 jaar een grotere of kleinere kans had op een dodelijk verkeersongeval dan een persoon uit de leeftijdscategorie 70 tot 75 jaar.

In figuur 6 zie je een grafiek van het aantal verkeersdoden voor de jaren 1950 tot en met 2002.



In figuur 6 is te zien dat het aantal verkeersdoden het grootst was in 1972. Toen waren er 3264 verkeersdoden. Door een actief beleid inzake verkeersveiligheid is sinds die tijd het aantal verkeersdoden afgenomen tot 1066 in het jaar 2002. Weliswaar steeg het aantal verkeersdoden in sommige jaren, maar toch is er een duidelijke dalende trend waarneembaar in de periode 1972-2002. We kunnen deze trend beschrijven met een model waarbij het aantal verkeersdoden exponentieel afneemt van 3264 in 1972 tot 1066 in 2002. Volgens dit model zou het aantal verkeersdoden tussen 1972 en 2002 jaarlijks met een vast percentage dalen.

4p 18 Bereken dit percentage.

Het verloop van het aantal verkeersdoden, zoals je dat ziet in figuur 6, kan bij benadering worden beschreven met de volgende formule:

$$N = 0,8 + \frac{t + 2}{10 + (0,04t)^{6,8}}$$

In deze formule is N het aantal verkeersdoden per jaar in duizendtallen en t is de tijd in jaren vanaf 1950, dus $t = 0$ in 1950.

Deze formule is slechts een model dat hoort bij figuur 6. Daarom komt de grafiek die hoort bij de formule niet precies overeen met de grafiek uit figuur 6. Een belangrijk verschil is bijvoorbeeld dat volgens de formule de piek in het aantal verkeersdoden niet in 1972 plaatsvond, maar in een ander jaar.

3p 19 Onderzoek in welk jaar de piek plaatsvond volgens bovenstaande formule.

Uiteraard is ieder verkeersslachtoffer er een te veel. De overheid wil het aantal verkeersslachtoffers dan ook verminderen. Wanneer de overheid de reeds bestaande maatregelen voortzet, dan verwacht men dat het aantal verkeersdoden zich in de toekomst ontwikkelt volgens bovenstaande formule. Alleen als de overheid nog extra maatregelen neemt om de verkeersveiligheid te bevorderen, zal het aantal verkeersdoden in de toekomst lager kunnen worden dan volgens de formule. Doelstelling is om het aantal verkeersdoden minder dan 750 te laten zijn.

4p 20 Onderzoek, uitgaande van de gegeven formule, of er inderdaad extra maatregelen nodig zijn om deze doelstelling te halen.

Einde