

Voor dit examen zijn maximaal 84 punten te behalen; het examen bestaat uit 21 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van de vragen 10 en 16 is een bijlage toegevoegd.

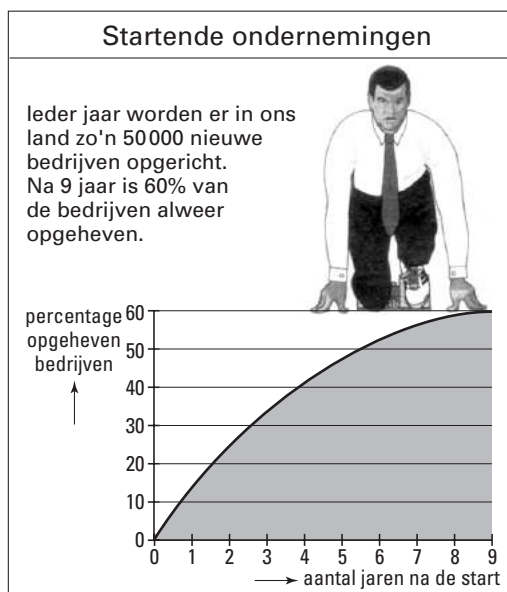
Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Startende ondernemingen

In Nederland starten elk jaar ongeveer 50 000 bedrijven. Sommige van deze startende bedrijven verdwijnen weer snel, andere overleven langere tijd. De Kamers van Koophandel houden de gegevens hierover nauwkeurig bij. Op basis hiervan is in figuur 1 weergegeven hoeveel procent van deze bedrijven na een aantal jaren verdwenen is.

figuur 1



We maken een wiskundig model. In dit model gaan we ervan uit dat elk bedrijf elk jaar dezelfde vaste overlevingskans heeft. Uit figuur 1 kun je afleiden dat een startend bedrijf 40% kans heeft om de eerste 9 jaar te overleven. Op grond hiervan kan de jaarlijkse vaste overlevingskans van startende bedrijven worden berekend.

- 4p **1** Bereken deze jaarlijkse overlevingskans in vier decimalen nauwkeurig.

In de volgende twee vragen gaan we uit van een jaarlijkse overlevingskans van 0,9.

- 4p **2** Bereken de kans dat een startend bedrijf na 4 jaar nog bestaat en onderzoek of deze uitkomst in overeenstemming is met de gegevens van figuur 1.

Bij een steekproef worden uit de landelijke gegevens van de Kamers van Koophandel willekeurig 50 startende bedrijven geselecteerd.

- 4p **3** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de kans dat van de 50 startende bedrijven na 1 jaar minstens 45 bedrijven nog bestaan.

Gemeente A heeft door goede begeleiding van startende bedrijven weten te bereiken dat de jaarlijkse overlevingskans voor die bedrijven in deze gemeente op 0,95 uitkomt. Het beleid is erop gericht dat in deze gemeente jaarlijks 144 bedrijven starten. Een ambtenaar heeft namelijk berekend dat er dan 'een heel grote kans' is dat na 5 jaar ten minste 100 van deze bedrijven nog bestaan.

- 5p **4** Bereken in twee decimalen nauwkeurig hoe groot die kans is.

Afstand

Om ongelukken te voorkomen moet een automobilist voldoende afstand bewaren tot de auto die voor hem rijdt.

Een formule voor de *veilige afstand* A ziet er als volgt uit:

$$A = 0,005v^2 + 0,28v$$

Hierbij is v de snelheid in km/uur en A de afstand in meters.

- 5p **5** Teken het toenamediagram en toon daarmee aan dat hier sprake is van toenemende stijging. Gebruik in het toenamediagram de intervallen $[0, 20]$, $[20, 40]$, ..., $[100, 120]$.

Veel automobilisten vinden 50 meter afstand tot hun voorligger al overdreven veel.

- 4p **6** Bereken bij welke snelheid de veilige afstand volgens bovenstaande formule gelijk is aan 50 meter.

Instanties die zich met verkeersveiligheid bezighouden, beseffen dat geen enkele automobilist in de praktijk deze formule zal toepassen. Daarom is men een paar jaar geleden een actie gestart om een eenvoudige vuistregel onder de aandacht van de automobilisten te brengen. Deze vuistregel staat bekend onder de naam *twee-seconden-regel*. In een folder staat daarover het volgende:

artikel 1

Om te bepalen of je op voldoende grote afstand achter je voorligger rijdt, kies je tijdens het rijden een herkenbaar punt langs de weg. Op het moment dat je voorligger dit punt passeert, tel je 2 seconden af. Als je vervolgens binnen deze 2 seconden zelf voorbij dit punt rijdt, zit je te dicht op je voorligger en zul je vaart moeten minderen.



Volgens deze vuistregel zou je bij een snelheid van 90 km/uur, dat is 25 m/s, minder afstand hoeven te bewaren tot je voorligger dan volgens de formule voor A .

- 3p **7** Bereken hoeveel meter dit verschil bedraagt.

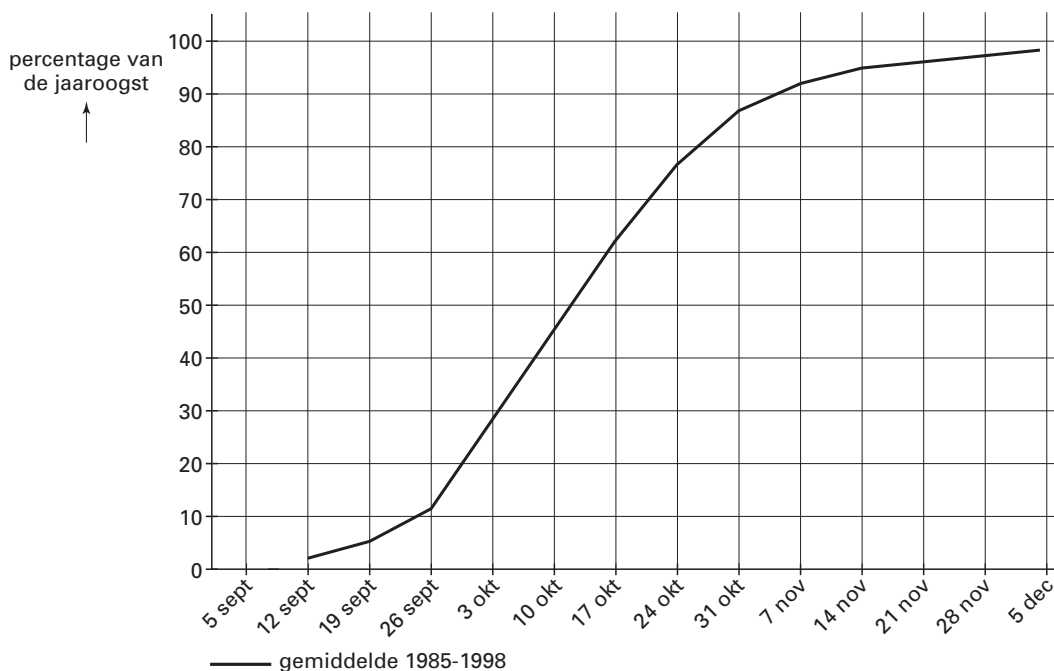
Klaarblijkelijk is het tellen van slechts 2 seconden te weinig om er zeker van te zijn dat er sprake is van een veilige afstand. Op snelwegen, waar snelheden tot 120 km/uur toegestaan zijn, moet je meer dan 2 seconden tellen om in ieder geval de veilige afstand A te bereiken.

- 4p **8** Onderzoek bij welk aantal seconden de veilige afstand wél wordt bereikt bij 120 km/uur.

Sojabonen

In de Verenigde Staten worden op grote schaal sojabonen geteeld. Vanaf begin september worden de sojabonen geoogst. Voor de jaren 1985 tot en met 1998 heeft men berekend hoeveel procent van de jaaroogst aan het eind van elke week was geoogst. Het gemiddelde van deze 14 jaren is weergegeven in figuur 2. Deze figuur staat ook op de bijlage.

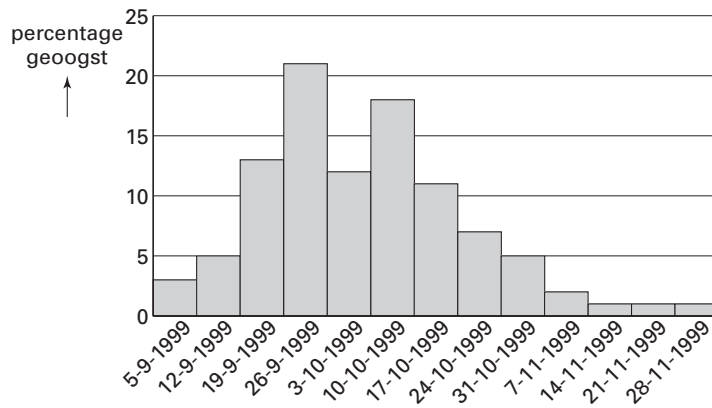
figuur 2



- 4p 9 Tijdens een aantal weken werd gemiddeld per dag meer dan 1% van de jaaroogst geoogst. Onderzoek aan de hand van de grafiek in figuur 2 welke weken dat zijn.

Voor het jaar 1999 heeft men per week het in die week binnengehaalde percentage van de jaaroogst berekend. De gegevens staan in figuur 3.

figuur 3



- Van het staafdiagram in figuur 3 kan ook een grafiek gemaakt worden zoals in figuur 2.
- 4p **10** Teken in de figuur op de bijlage de grafiek die hoort bij de gegevens in figuur 3 en ga aan de hand daarvan na of er in 1999 sprake was van een vroege oogst of een late oogst. Beargumenteer je keuze.

Het percentage sojabonen dat op een bepaalde datum is geoogst, verschilt van jaar tot jaar. Deze percentages zijn voor elke datum normaal verdeeld. De grafiek in figuur 2 geeft dan ook een gemiddelde weer over 14 jaar. Op 10 oktober is gemiddeld 45% van de sojabonen geoogst, met een standaardafwijking van 15%.

- 3p **11** Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat op 10 oktober minder dan 20% zal zijn geoogst.

Vliegtuiglawaai

Vliegtuigen veroorzaken in de buurt van vliegvelden veel geluidsoverlast. In milieuwetten is vastgelegd welke geluidsbelasting (hoeveel geluid) nog toegestaan is. Door deze wetten worden de groeimogelijkheden van het vliegverkeer beperkt.

In deze opgave nemen we aan dat alle vliegtuigen hetzelfde geluidsniveau hebben. Dit geluidsniveau geven we aan met L . De waarde van L bepaalt hoeveel vliegtuigen jaarlijks maximaal mogen passeren. Dit maximale aantal noemen we N . Voor een gebied in de buurt van vliegveld Zuidwijk gold aan het eind van de vorige eeuw de voorwaarde:

$$(1) \quad 20 \cdot \log N = 202 - \frac{4}{3}L$$

Door het gebruik van nieuwe technieken neemt het geluidsniveau L van vliegtuigen af.

In zekere periode nam L af van 75 tot 70.

5p **12** Toon door berekening aan dat N in die periode meer dan verdubbelde.

3p **13** Bereken de maximale waarde van L waarbij er een half miljoen (500 000) vliegtuigen mogen passeren.

In 2001 werd een nieuwe milieuwet van kracht. Voor het gebied in de buurt van vliegveld Zuidwijk geldt sindsdien:

$$(2) \quad 20 \cdot \log N = 248 - 2L$$

De oude en de nieuwe formule leverden in 2001 dezelfde waarde van N op.

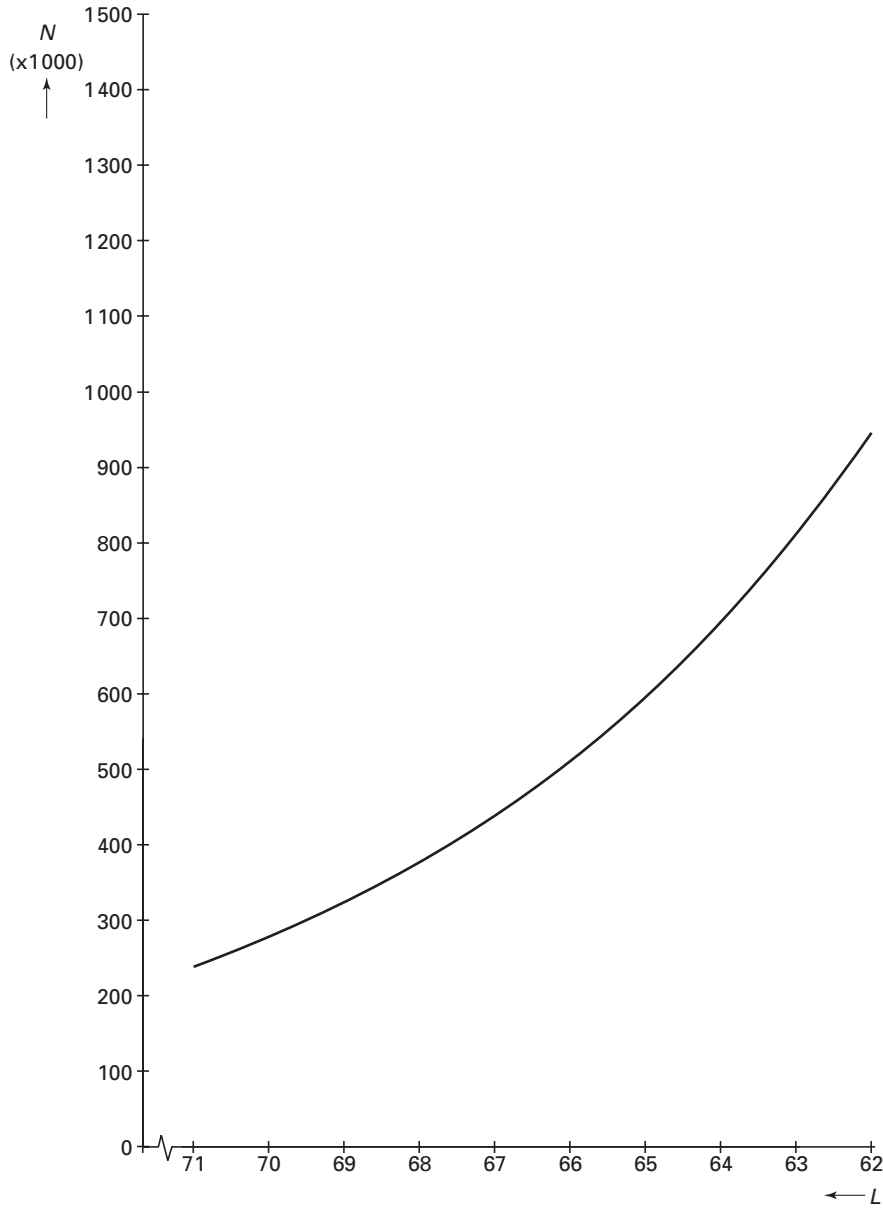
4p **14** Bereken welke waarde L in 2001 had.

In de nieuwe situatie geldt $N = 10^{12,4 - 0,1L}$.

3p **15** Laat zien hoe dit volgt uit formule (2).

Hoewel de formules (1) en (2) dezelfde aantallen passerende vliegtuigen opleverden in 2001, gaf de introductie van formule (2) aanleiding tot veel discussie. We gaan beide formules met elkaar vergelijken. In figuur 4 is voor formule (1) het verband tussen L en N getekend. Let op de bijzondere schaalverdeling op de horizontale as: de waarden van L nemen naar rechts af. Deze figuur staat ook op de bijlage.

figuur 4



5p **16** □ Schets op de bijlage ook voor de nieuwe formule (2) het verband tussen L en N en geef een argument waarom milieugroepen, met betrekking tot het lawaai, kritiek hebben op de nieuwe formule. Gebruik je figuur om je argument te onderbouwen.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Een internetprovider biedt zijn klanten volledig gratis toegang tot internet aan. Dat klinkt aantrekkelijk, maar in de praktijk valt het tegen, zoals blijkt uit onderstaand artikel uit een computertijdschrift.

artikel 2

De nieuwe provider NoppesNet biedt sinds enige tijd volledig gratis toegang tot internet aan. Een gratis telefoonnummer, geen inbelkosten, geen abonnementskosten, noppes. Wij wilden wel eens weten hoe dat bevalt, en hebben een aantal lezers gevraagd enige tijd hun ervaringen bij te houden. Daar word je niet vrolijk van. Verbindingen komen, zo lijkt het, slechts bij toeval tot stand.

Telkens als ze verbinding probeerden te maken met NoppesNet noteerden de deelnemers aan het onderzoek of ze wel of niet een internetverbinding kregen. De conclusie: slechts 1 op de 20 pogingen verliep succesvol.

NoppesNet heeft zijn zaakjes duidelijk niet goed voor elkaar. Voorlopig stellen we daarom vast dat je voor noppes ook noppes krijgt.

We gaan er in de rest van deze opgave van uit dat bij *iedere* poging de kans op succes precies gelijk is aan 0,05.

Inge is klant van NoppesNet. Het computerprogramma dat zij gebruikt om internetverbindingen te maken, probeert na een mislukte poging automatisch opnieuw verbinding te maken.

In theorie kan Inge het computerprogramma net zo vaak laten proberen totdat er een verbinding tot stand gekomen is. Het benodigde aantal pogingen noemen we n . De kans dat er precies n pogingen nodig zijn noemen we p_n .

Er geldt bijvoorbeeld: $p_3 = 0,045125$.

3p **17** Toon dit aan.

Voor p_n kan zowel een recursieve als een directe formule opgesteld worden.

4p **18** Geef zowel een recursieve formule als een directe formule voor p_n .

In de praktijk kan het programma niet meer dan 12 pogingen doen.

4p **19** Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat het computerprogramma een verbinding tot stand brengt.

4p **20** Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel pogingen het computerprogramma naar verwachting doet.

We nemen nu aan dat Inge het maximale aantal pogingen van de computer zelf kan instellen. We noemen dit maximale aantal M . Inge wil M zó kiezen, dat de kans dat er *geen* verbinding tot stand komt ten hoogste 30% is.

5p **21** Bereken de kleinste waarde van M waarvoor dit het geval is.

Einde