

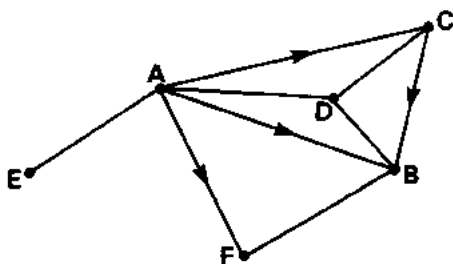
Opgave 1 Radioverbindingen en vervoer

In een afgelegen gebied in een ontwikkelingsland liggen zes plaatsen, die in de figuren 1 en 2 zijn aangeduid met de letters A tot en met F.

Radioverbindingen (zie figuur 1)

Elk van de zes plaatsen bezit een zend- en ontvanginginstallatie voor radiocommunicatie. Mede in verband met het bergachtige terrein hebben de zendinstallaties maar een betrekkelijk kleine reikwijdte; alleen de zender in plaats A is voldoende sterk om in alle andere plaatsen te kunnen worden ontvangen. In figuur 1 is de gerichte graaf van dit communicatienetwerk getekend.

figuur 1



Uit figuur 1 blijkt dat er voor het traject $F \rightarrow C$ minimaal 3 uitzendingen nodig zijn om een bericht via de radio over te brengen: eerst van F naar B, dan van B naar D en tenslotte van D naar C.

- 1 Stel een matrix op waarin voor elk traject het minimale aantal uitzendingen staat dat nodig is om een bericht via de radio over te brengen.

De regering overweegt de zendinstallatie in plaats B door het plaatsen van een hogere zendmast en een sterkere zender een grotere reikwijdte te geven. Daardoor zal deze zender in alle plaatsen ontvangen kunnen worden.

- 2 Toon aan dat hiermee bereikt wordt dat voor geen enkel traject meer dan 2 uitzendingen nodig zullen zijn om een bericht via de radio over te brengen.

Vervoer (zie figuur 2)

In plaats E wordt ijzererts gedolven. Het ruwe erts wordt met vrachtwagens naar plaats C vervoerd. Daar vindt de overslag op treinwagons plaats. Het verdere transport gebeurt per trein, via plaats B, naar een zeehaven van een aangrenzend land. Men wil de winning van erts in plaats E opvoeren tot een hoeveelheid van 9000 vrachtwagenladingen per jaar. Omdat het overslagstation in C dit aantal niet kan verwerken, wordt besloten ook in B een overslagstation te bouwen. Bovendien zal het wegennet aangepast moeten worden.

Men kan kiezen uit:

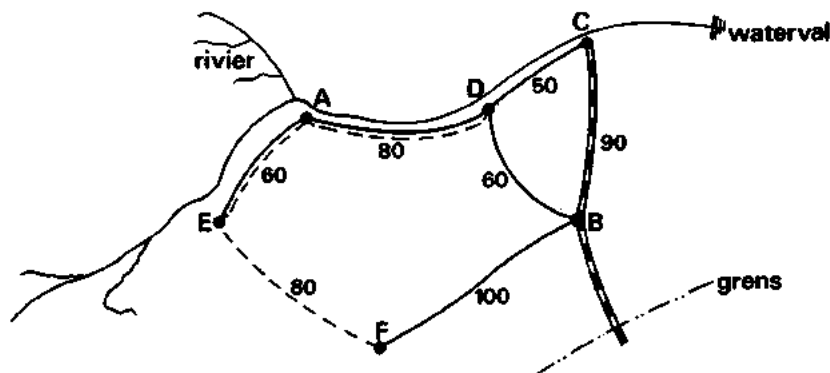
plan 1: verbreding van de wegen op de route E–A–D;

plan 2: aanleg van een nieuwe weg E–F.

In figuur 2 is de oorspronkelijke situatie, de eventuele verbreding op de route E–A–D, en de mogelijke weg tussen E en F weergegeven. Bij elke verbinding is de afstand in kilometers vermeld.

Eindexamen wiskunde A vwo 1990-I

figuur 2



De investeringskosten zijn:

- f 160.000,— per kilometer voor de verbreding van een bestaande weg
- f 320.000,— per kilometer voor de aanleg van een nieuwe weg
- f 9.000.000,— voor de bouw van een nieuw overslagstation in B.

- 3 Toon aan dat de investeringskosten bij plan 1 lager uitkomen dan die bij plan 2.

De burgemeester van plaats F verzoekt de minister toch plan 2 uit te voeren. Hij wijst erop dat niet alleen naar de eenmalige investeringskosten gekeken moet worden, maar ook naar de transportkosten over langere tijd.

Per vrachtwagenlading zijn de transportkosten over de weg f 3,90 per kilometer en over de rails f 3,10 per kilometer.

Jaarlijks zullen 4000 vrachtwagenladingen naar C worden vervoerd en 5000 naar B.

De burgemeester beweert dat na een aantal jaren de som van de investeringskosten en de totale transportkosten bij plan 2 lager uitkomt dan bij plan 1.

- 4 Bereken het kleinste aantal jaren waarvoor deze bewering juist is.

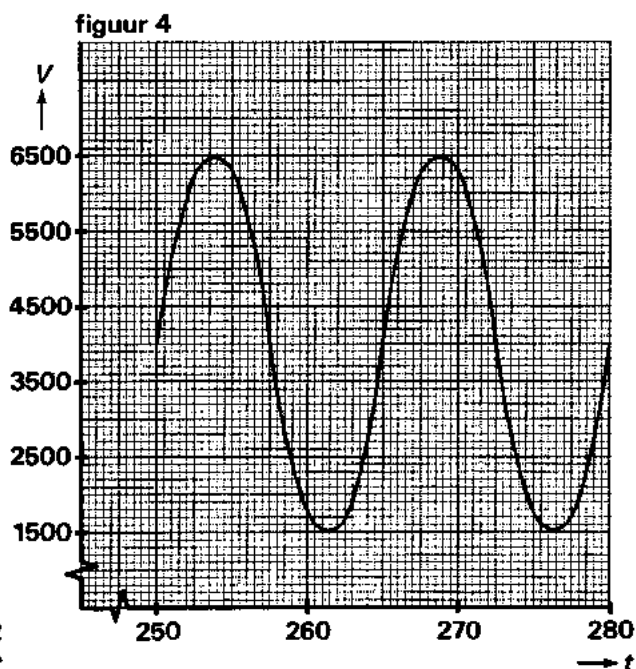
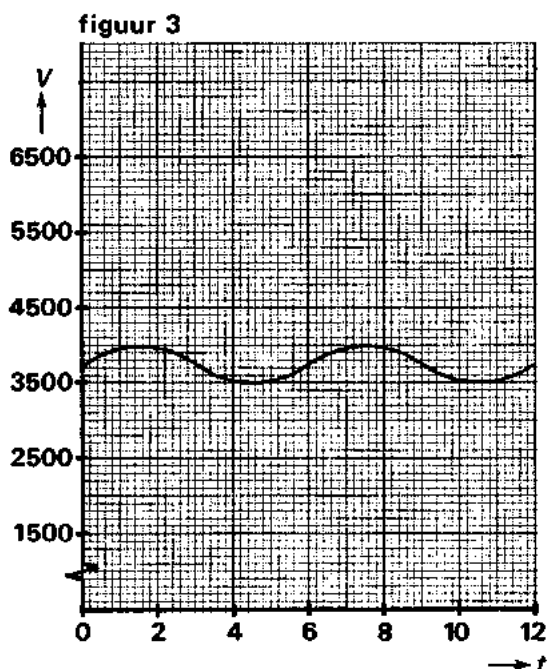
Opgave 2 Ademhaling

Tijdens het ademen verandert de hoeveelheid lucht in de longen van een mens. Bij een persoon in rust wordt per keer slechts een kleine hoeveelheid lucht in- en uitgeademd. Deze hoeveelheid wordt echter veel groter als dezelfde persoon een inspanning moet leveren. De hoeveelheid lucht die zich op het moment t in de longen bevindt, noemen we V ; V rekenen we in cm^3 en t in seconden.

Bij een zekere patiënt die een operatie moet ondergaan, wordt voor de operatie bij verschillende ademritmen het verloop van V nagegaan. De resultaten zijn in de figuren 3 en 4 vereenvoudigd weergegeven door sinusoiden.

In figuur 3 is het verloop van V op het tijdsinterval 0–12 seconden af te lezen; per keer wordt 500 cm^3 lucht in- en uitgeademd. De patiënt bevindt zich bij dit ademritme in rust. In figuur 4 is het verloop van V op het tijdsinterval 250–280 seconden te zien: de patiënt probeert nu zo diep mogelijk in te ademen en zo veel mogelijk uit te ademen.

figuren
3 en 4



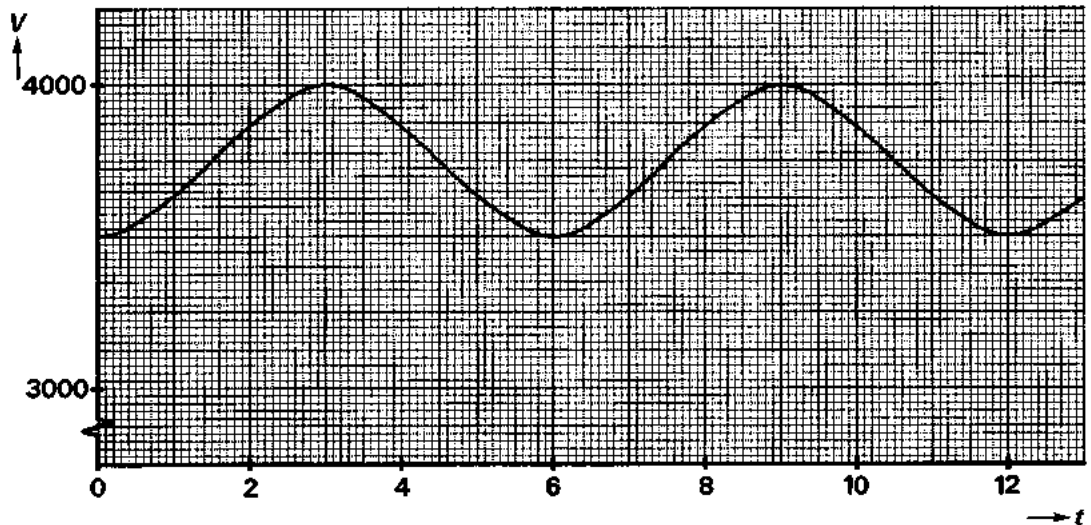
- 5 Stel voor elk van de bovenstaande sinusoiden een formule op.

Het *minuutvolume* bij een bepaald ademritme wordt berekend door het aantal ademhalingen per minuut te vermenigvuldigen met de hoeveelheid lucht die per keer wordt ingeademd.

Eén ademhaling bestaat uit één in- en één uitademing.

- 6 Bereken de verhouding van de minuutvolumes bij de ademritmen van figuur 3 en van figuur 4.

figuur 5



In figuur 5 zien we het ademritme van de patiënt tijdens de operatie, waarbij hij zuivere zuurstof krijgt toegediend. Het tijdstip waarop de toediening van zuivere zuurstof begint, noemen we $t = 0$. Op dat moment bestond 78% van de lucht in zijn longen uit stikstof. We nemen aan dat de toegediende zuurstof zich in de longen snel en volledig vermengt met het reeds aanwezige luchtmengsel.

N is het aantal cm^3 stikstof dat zich in de longen van de patiënt bevindt aan het einde van elke uitademingsfase, dus op de momenten $t = 0, t = 6, t = 12, \dots$

- 7 Toon aan dat N bij elke ademhaling afneemt met 12,5%.
- 8 Toon aan dat N aan het einde van de vierde uitademingsfase ongeveer 1600 is.
- 9 Bereken na hoeveel ademhalingen N voor het eerst minder is dan 100.

Opgave 3 Beeldbuizen

Het bedrijf BFW produceert twee typen beeldbuizen voor televisietoestellen: Square en Flat. Met de aanwezige machines kan BFW per week maximaal 300 stuks Square en 375 stuks Flat produceren.

BFW levert uitsluitend aan het moederbedrijf TV-INTERNATIONAL dat volgens het leveringscontract in totaal ten hoogste 400 beeldbuizen per week zal afnemen.

De winst op een exemplaar van het type Square is voor BFW f 120,-; op een exemplaar van het type Flat bedraagt de winst f 100,-.

Noem het aantal per week te leveren beeldbuizen van het type Square x en dat van het type Flat y .

- 10 □ Bereken bij welke keuze van x en y de winst per week voor BFW zo groot mogelijk is.

Omdat TV-INTERNATIONAL op een gegeven moment een ruime voorraad van het type Square heeft, vinden er onderhandelingen plaats om het leveringscontract te herzien.

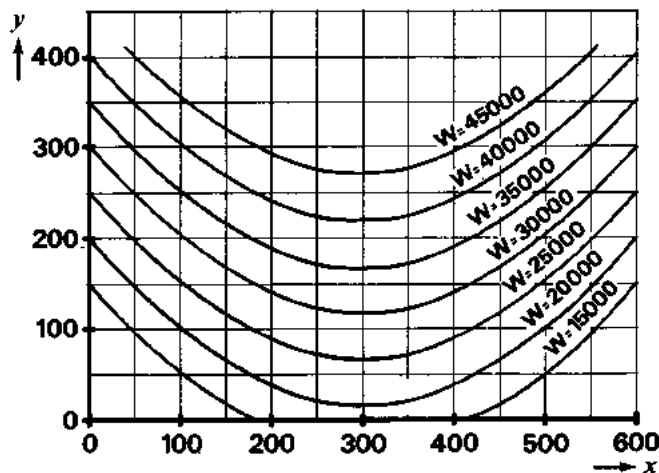
BFW weet te bereiken dat nog steeds maximaal 400 beeldbuizen per week geleverd mogen worden.

De winst op een beeldbuis van het type Flat blijft f 100,-.

Voor het type Square zal deze winst echter gaan afhangen van het aantal per week te leveren exemplaren van dit type. Bij het leveren van x van deze beeldbuizen komt de winst per stuk uit op $120 - 0,2x$ gulden.

In figuur 6 is – zonder rekening te houden met beperkende voorwaarden – een aantal isowinstlijnen voor de nieuwe situatie getekend.

figuur 6



- 11 □ Onderzoek door berekening of de punten $(150, 150)$ en $(250, 100)$ op dezelfde isowinstlijn liggen.
- 12 □ Toon aan dat de isowinstlijn $W = 20000$ (een gedeelte van) een parabool is.

In een bepaalde week, nadat de herziene leveringsvoorwaarden zijn ingevoerd, levert BFW het maximaal toegestane aantal beeldbuizen aan TV-INTERNATIONAL en behaalt daarmee een winst van f 40.000,-.

Er wordt aan alle beperkende voorwaarden voldaan.

- 13 □ Bereken het aantal beeldbuizen van het type Square dat BFW in deze week levert.
- 14 □ Bereken de grootst mogelijke winst die BFW per week kan behalen onder de geldende beperkende voorwaarden, nadat de herziene leveringsvoorwaarden zijn ingevoerd.

■ Opgave 4 In de rechtszaal

In 1972 spande een groep vrouwen een proces aan tegen een fabriek in Texas die apparaten voor air-conditioning produceert.

Deze fabriek nam alleen nieuwe personeelsleden in dienst die langer waren dan 170,0 cm.

De vrouwen waren bij hun sollicitatie afgewezen omdat ze niet aan deze eis voldeden.

De advocaat van de vrouwen benadrukte het discriminerende karakter van deze aanstellingsvoorwaarde door te stellen dat 91,0% van alle Amerikaanse vrouwen tussen 18 en 65 jaar niet lang genoeg was om aangenomen te kunnen worden. Dit percentage ontleende hij aan een onderzoek van het Amerikaanse ministerie van volksgezondheid.

Neem aan dat de lengte van de Amerikaanse vrouwen in de betreffende leeftijdsgroep normaal verdeeld is met gemiddelde μ en standaarddeviatie σ .

- 15 □ Stel uitgaande van het genoemde percentage een verband op tussen μ en σ .

Neem aan dat $\mu = 160,4$ cm.

- 16 □ Toon aan dat $\sigma \approx 7,2$ cm.

De groep Amerikaanse vrouwen tussen 18 en 65 jaar die langer zijn dan 170,0 cm noemen we V . Voor de mediaan (m) van de lengte van de vrouwen van V geldt dat 50% van de vrouwen uit V langer is dan m .

- 17 □ Toon aan dat $m \approx 172,6$ cm, uitgaande van $\mu = 160,4$ cm en $\sigma = 7,2$ cm.

De vertegenwoordiger van de fabriek bij het proces noemde het percentage van 91 sterk overdreven. Het door de tegenpartij aangehaalde onderzoek stamde uit 1948. De gemiddelde lengte van volwassenen was volgens hem in de periode 1948–1972 flink toegenomen.

Hij ondersteunde zijn betoog met het resultaat van een recent onderzoek. In een aselechte steekproef van 100 vrouwen uit V werd bij 60 vrouwen een lengte gemeten van meer dan 172,6 cm.

Volgens hem was bij een significantieniveau van 5% hieruit voor 1972 te concluderen dat m groter is dan 172,6 cm.

- 18 □ Onderzoek of het aantreffen van 60 vrouwen langer dan 172,6 cm in een aselechte steekproef van 100 vrouwen uit V bij een significantieniveau van 5% inderdaad leidt tot het verwerpen van de hypothese $m = 172,6$ cm.

De advocaat van de vrouwen gaf toe dat het door hem aangehaalde onderzoek wat verouderd was en de gemiddelde lengte van de vrouwen waarschijnlijk wel was toegenomen. Hij bleef echter benadrukken dat ook in 1972 nog steeds een grote meerderheid van de Amerikaanse vrouwen op grond van hun lengte door het bedrijf zou worden afgewezen.

Stel dat voor 1972 gold: $\mu = 164,0$ cm en $\sigma = 7,2$ cm.

- 19 □ Bereken het percentage Amerikaanse vrouwen in de genoemde leeftijdsgroep dat in 1972 niet lang genoeg was voor een functie bij de fabriek.